

Nelineárny geoštatistický odhad vytťažiteľných zásob (Jelšava – obzor 220)

Ladislav Vizi¹

¹ÚGaET, Fakulta BERG, Technická Univerzita,
Park Komenského 19, 042 00, Košice, Slovensko
ladislav.vizi@tuke.sk

Abstrakt. Predkladaný článok sa zaoberá nelineárnym modelovaním vytťažiteľných zásob magnetitovej rudy ložiska Jelšava. Štúdanou časťou ložiska bol doposiaľ neťažený obzor 220, s výškovým prevýšením 100, po vyššie ťažený obzor 323. Výsledný model bol vypracovaný na základe dát z rôznych etáp prieskumu predmetného ložiska. Na základe štatistickej analýzy prieskumných dát boli modelované distribúcie jednotlivých študovaných premenných a transformované do normálneho rozdelenia Gaussovou anamorfózou. Pre takto transformované premenné bola urobená štruktúrna analýza a variografia v trojrozmernom priestore. Na základe výsledného štruktúrneho modelu boli simulované priemerné kovatosti jednotlivých premenných pre veľkosti projektovaných ťažobných jednotiek (SMU – *Selective Mining Unit*). Pre potreby odhadu vytťažiteľných zásob boli hodnoty pôvodných premenných transformované do Gaussovho rozdelenia pre dané SMU, ako aj pre veľkosti diskretizačných jednotiek obsiahnutých v každej SMU. Výsledky získané simulovaním kovatostí jednotlivých premenných a Gaussovej anamorfózy pre jednotlivé veľkosti nositeľa informácie boli použité pre samotný výpočet vytťažiteľných zásob metódou rovnomerného podmieňovania na základe rozdielných podmienok bilančnosti.

Kľúčová slová: modelovanie distribúcie, Gaussova anamorfóza, variografia, rovnomerné podmieňovanie, SMU, support.

Abstract. *Non-linear geostatistical estimation of recoverable reserves (Jelšava – level 220).* Presented paper deals with non-linear modelling of the recoverable reserves of the magnesite ore of Jelšava deposit (Slovakia). The studied part of the deposit is a new level 220, no mined so far, vertically extended to the level 323 presently being exploited. The final model was created on the basis of different exploratory stages. Based on exploratory data analysis, the distributions of studied variables were modelled using Gaussian anamorphosis and transformed into normal, Gaussian distribution. The structural analysis and consequential variography were made for transformed variables in 3D space, resulted in complex structural model. Following the structural model, the average grades were simulated for projected small, or selective, mining units (SMU). For recoverable reserves estimation purposes, the raw variables were transformed into Gaussian space for SMUs volume as well as discretisation units inside each SMU. The results of the previous simulations and change of support models were used for recoverable reserves calculation by uniform conditioning for series different cut-off.

Keywords: distribution modelling, Gaussian anamorphosis, variography, uniform conditioning, SMU, support.

1 Úvod

Geoštatistika poskytuje odhadovacie metódy, ktoré sú založené na predpoklade, že mineralizácia môže byť vnímaná ako realizácia náhodných procesov, ktoré ju vytvárali. Tento prístup nám ale nesmie dať zabudnúť na deterministické parametre, ktoré sú zodpovedné za distribúciu študovaného ložiska. V súčasnosti nemôže byť geoštatistika ignorovaná v procese oceňovania ložiska a dnes už je bežnou súčasťou využívať jej nástroje bankskými spoločnosťami na celom svete. Avšak časy kedy boli dostupné len variogramy a bežné krigovanie sú preč. Praktici potrebujú lepšie prístup a poznanie ložiska vo vzťahu k meniacim sa podmienkam bilančnosti. Preto sa odhady vyťažiteľných zásob, či už globálnych alebo lokálnych, stali štandardnou geoštatistickou aplikáciou v banskom priemysle.

Dobrá znalosť tonáže a kovnatosti ložiskového telesa je dôležitá z dôvodu ocenenia ekonomických možností spustenia ťažby na ložisku, alebo na jeho časti. Ložiskové teleso je vždy tvorené niekoľkými minerálmi tvoriacimi rudu alebo jalovinu. Separácia rudy od jaloviny je preto veľmi zložitá úloha a takmer nemožná z nasledujúcich dôvodov: geologické hranice medzi rudou a jalovinou sú zriedka jednoznačné z rôznych dôvodov a naopak, hranice definované ekonomickými kritériami (cut-off) nezohľadňujú geologickú realitu. Počas ťažby je preto skutočná kovnosť jednotlivých bankských ťažobných jednotiek (SMU) neznáma. Rozhodnutie, či vyťaženie SMU poslať do úpravne alebo na skládku, je realizované na základe odhadu a nie skutočnosti. Ako dôsledok toho je zaslanie SMU na zlú destináciu: bohatý blok na skládku, pretože bol odhadnutý ako "chudobný", kým chudobná SMU je zaslaná do úpravy.

Prečo nelineárny prístup?

V geoštatistickom zmysle sú vyťažiteľné zásoby definované tonážou rudy T a množstvom kovu Q obsiahnutého v danom bloku alebo SMU. Priemerná kovnosť danej SMU M je potom definovaná ako podiel M ku T . Namiesto toho, aby sme sa zaujímali o absolútnu tonáž, predpokladáme tonáž ako počet jednotlivých SMU ktorých kovnosť Z_v je nad dané cut-off z_c . Q je potom získané ako produkt tonáže a kovnatosti, čo je možné vyjadriť pomocou indikátorov nasledovne:

$$T_v = I_{Z_v \geq z_c} = \begin{cases} 1 & \text{ak } Z_v \geq z_c \\ 0 & \text{ak } Z_v < z_c \end{cases} \quad \text{a} \quad Q_v = Z_v I_{Z_v \geq z_c} = \begin{cases} Z_v & \text{ak } Z_v \geq z_c \\ 0 & \text{ak } Z_v < z_c \end{cases} \quad (1)$$

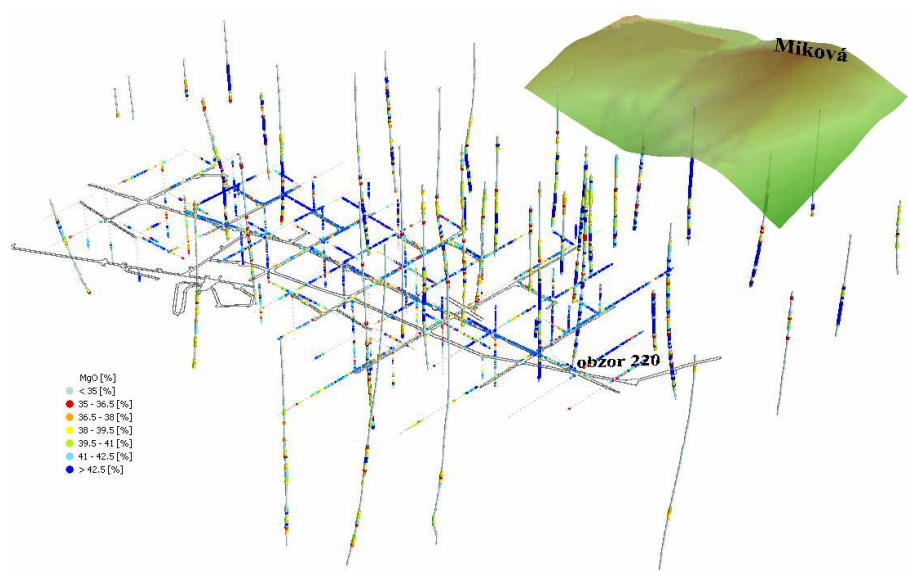
Avšak vyjadrenie (1) predpokladá, že v čase ťažby je skutočná kovnosť každej SMU známa. To ale nie je pravda – v čase produkcie poznáme len odhady týchto kovností Z_v^* , získaných na základe dostupných vzoriek. Takže do úpravy sú zaslané SMU, ktorých odhadnutá kovnosť je nad ekonomický cut-off, čo má za následok, že niektoré bohaté SMU sú klasifikované ako jalovina a naopak. Podiel týchto misklasifikácií k celkovej ťažbe je spôsobený tzv. **informačným efektom**, čiže výberom SMU na základe odhadnutých kovností a nie skutočných.

Každý banský inžinier vie, že vyťažiteľná kovnosť je nižšia v prípade nízkej selektivity počas ťažby, inými slovami, čím väčšia SMU, tým nižšia kovnosť. To znamená, že na priemernú kovnosť obrovskej komory s objemom niekoľkých tisíc metrov kubických sa môžeme pozerat' ako na priemer kovností menších blokov o objeme niekoľkých kubických metrov obsiahnutých v danej komore. Distribúcia kovností veľkých komôr bude evidentne menej rozptýlená ako malých blokov alebo dokonca vzoriek, čo je označované ako **support effect**, čo je možné preložit' ako efekt zmeny veľkosti nositeľa informácie. Jediná kovnosť, ktorú teda poznáme je tá, ktorú získame na základe analýz vzoriek. Aby sme teda mohli odhadnúť distribúciu kovností blokov rôznych objemov a veľkostí, poskytuje geoštatistika modely zmeny veľkosti nositeľa informácie, alebo skrátene modely zmeny supportu (*Change of Support Models*), založené na experimentálnom histograme rozdelenia početností kovností vzoriek, ako aj ich priestorovej korelácie pomocou štruktúrneho modelu variogramu.

Lineárne metódy, ako sú bežné alebo jednoduché krigovanie, zvyčajne zlyhávajú ak majú poskytnúť nevychýlené odhady vyťažiteľných zásob, čo znamená, že banský projekt môže byť vystavený značnému riziku. Toto riziko je o to väčšie o čo menšie sú SMU, s rešpektom na rozmiestnenie dostupných vzoriek. Nelineárne odhady, ako je rovnomerné podmieňovanie alebo disjunktívne krigovanie, slúžia na odhady lokálnych kriviek kovností a tonáži pre každú SMU.

2 Dostupné dáta

Predmetné ložisko Jelšava-Dúbravský masív leží 3.5 km od Jelšavy a je tvorené karbonátovým telesom o smernej dĺžke 4.5 km v smere SV – JZ, so sklonom 55 – 60° na JV a s maximálnou hrúbkou 600 m. Magnezitové telesá nie sú v karbonátovom telese usporiadané rovnomerne a tvoria systém tektonicky porušených šošoviek [6]. Ložisko bolo intenzívne preskúmané povrchovými vrtmi a študovaný obzor 220 bol ovzorkovaný zásekovými vzorkami, odobratých zo smerných prieskumných chodieb a prekopov razených na nepravú hrúbku karbonátov. Z jednotlivých prekopov boli vrtané vrtné vejáre. Výsledná databáza obsahovala chemické analýzy vzoriek na obsah MgO, CaO, Fe₂O₃ a SiO₂ v [%]. Každá vzorka obsahovala svoj identifikátor vzťahujúci sa k príslušnému vrtu, resp. prekopu. Vrtné vzorky taktiež obsahovali X, Y a Z súradnice počiatku vrtu. Prvou úlohou teda bol výpočet priestorových súradníc každej vzorky v JTSK-S súradnicovom systéme [13], tak aby tieto súradnice rešpektovali líniovú štruktúru priebehu vrtov a prekopov, rešpektovali aj prípadné deviácie povrchových vrtov. Výsledná databáza obsahovala údaje z 1646 zásekových vzoriek, 4593 jadier z vejárových vrtov a 6214 jadier z povrchových vrtov (**Obr. 1**).



Obr. 1. 3D vizualizácia dostupných dát.
Fig. 1. 3D visualisation of available data.

3 Analýza prieskumných dát

3.1 Štatistická analýza

Prvou úlohou v štatistickej analýze bola kontrola jednotlivých premenných na hrubé chyby a preklepy pre každé banské dielo (vrt, prekop). Nakoľko databáza vzoriek obsahovala kombináciu troch rôznych zdrojov (jadrá z povrchových vrtoch, zásekové vzorky a jadrá z vejárov), štatistická analýza sa tiež sústredila na testovanie kompatibility týchto rozdielnych typov vzoriek na základe popisných štatistík a následných F a t testov. Výsledky preukázali, že jednotlivé premenné z rôznych zdrojov sú kompatibilné a pochádzajú z jednej populácie. **Tabuľka 1** udáva základné popisné štatistiky jednotlivých premenných.

Tabuľka 1. Popisné štatistiky premenných záujmu.

premenná	počet	min	max	priemer	smerodajná odchýlka	rozptyl	šikmosť	špicatosť
SiO ₂ [%]	11964	0.01	76.80	1.38	3.31	16.95	7.9	98.93
Fe ₂ O ₃ [%]	9766	0.24	9.97	3.54	0.78	0.62	-0.15	2.93
CaO [%]	11964	0.08	43.05	11.03	10.13	102.66	0.74	-0.99
MgO [%]	11964	4.08	50.02	35.28	8.73	76.15	-0.72	-0.92

3.2 Regularizácia

Regularizácia veľkosti nositeľa študovanej informácie, **supportu**, je dôležitou fázou spracovania trojrozmerných dát, špeciálne v banskom priemysle [9]. Princípom je, že všetky geoštatistické operácie budú prikladať rovnakú dôležitosť každého záznamu študovanej premennej. To však neplatí v prípade, ak všetky dáta nereprezentujú rovnaké množstvo materiálu, na ktorom boli robené jednotlivé analýzy. Algoritmus obsahujúci regularizáciu nie je nič iné ako “vážený priemer”, pričom váhy sú počiatočným hodnotám priradzované na základe dĺžok analyzovaných vzoriek spadajúcich do dĺžky nového, regularizovaného kompozitu. Na regularizáciu sa je teda možné dívať ako na deklaráciu hodnôt premennej, v prípade nadzorkovania bohatých partíí a naopak podzorkovanie chudobných partíí ložiska, čo sa odráža na experimentálnej distribúcií hodnôt premennej podhodnotením populácie nízkych hodnôt.

Pretože poskytnuté hodnoty premenných záujmu boli analyzované pre rôzne dĺžky vzoriek², od 0.3 m po 59 m, bolo potrebné prepočítať dostupné informácie do kompozitov rovnakých dĺžok. Tieto rozmery sú zvyčajne volené ako násobok strednej veľkosti vzorky k výške dobývacej lávky. Nakoľko však dostupné dáta boli štruktúrované ako líniové objekty v rôznych smeroch priestoru, a vzhľadom k deviáciám vrtoz bol zvolený prístup regularizácie na konštantnú dĺžku. Rozmer tejto dĺžky bol zvolený tak, aby rešpektoval výšku dobývacej lávky (6 m) pričom minimálna dĺžka bola 3 m, čo približne rešpektovalo priemernú dĺžku vzoriek.

3.3 Korelačná analýza

Okrem vysokej korelácie medzi MgO a CaO (-0.89) sa objavuje aj pomerne výrazná korelácia medzi týmito obsahmi a obsahom Fe₂O₃ – kladná medzi MgO a Fe₂O₃ (0.67) a naopak záporná medzi CaO a Fe₂O₃ (-0.72). Nakoľko táto premenná je, v prípade povrchových vrtoz, pomerne menej často analyzovaná, je výhodou využiť tento vzťah medzi týmito premennými a spracovávať ich spolu v rámci následných geoštatistických operácií [3].

4 Voľba prístupu k odhadu vyt'ážiteľných zásob

Na rozdiel od odhadu in-situ zdrojov zásob, odhad vyt'ážiteľných zásob zahrňuje aspekty navrhovaného banského projektu. Najdôležitejším aspektom je tzv. *support effect*, ktorý predpokladá vyt'ážiteľnosť rudy v závislosti na objeme, na ktorom sa robí rozhodnutie, čo je ruda a čo jalovina – čiže selekcia [7]. V prípade tohto projektu bola veľkosť selektívnej banskej jednotky, SMU, projektovaná na 16x16x6 m. Na tomto objeme bol teda vykonávaný lokálny odhad vyt'ážiteľných zásob (tonáž a kovnosť), pre rôzne bilančné podmienky ťažby (cut-off). Jednotlivé podiely rudy a kovu na

² ...vzhľadom k líniovej štruktúre, kde je jeden rozmer oveľa väčší ako ostatné dva, čiže dĺžka jadra vrtoz k jeho priemeru....

objemu 16x16x6 m boli získané na základe blokov 4x4x6 m, rešpektujúce postup ťažby v rámci objemu 16x16x6 m. Pre terminologickú súlad budú označované jednotky 4x4x6 m ako bloky, a jednotky 16x16x6 m ako panely (odhadované SMU).

Nelineárne odhadovacie techniky, ako sú metóda disjunktívneho krigovania, rovnomerného podmieňovania, metóda servisných premenných alebo multi-indikátorového krigovania poskytujú možnosti kalkulácií nevychýlených odhadov množstva rudy a obsahu kovu pre akúkoľvek kombináciu danú rozsahom rôznych cut-off a veľkosti banskej selektívnej jednotky. Z vymenovaných techník odhadov vyťažiteľných zásob bola v tomto projekte použitá metóda rovnomerného podmieňovania z nasledujúcich dôvodov:

- Disjunktívne krigovanie (*Disjunctive kriging*) má svoje nevýhody, okrem samotnej prácnosti a časovej náročnosti, aj v tom, že v prípade nepriaznivej konfigurácií dostupných dát vedie k nezlučiteľným výsledkom (napr. záporná tonáž) v neovzorkovaných oblastiach a je preto potrebná korekcia. Okrem toho si táto metóda vyžaduje predpoklad striktny stacionarity, čo je v praxi veľmi ťažko dosiahnuteľné.
- Metóda servisných premenných (*Service Variable*) je metóda založená na transformácií už transformovaných, normálne rozdelených hodnôt, do dvoch nových premenných (ruda a kov) nad daný cut-off. Tie sú potom krigované bežným krigovaním na základe Gaussovej anamorfózy pre bloky. To si však vyžaduje veľa variografie, napr. v prípade štyroch pôvodných premenných a siedmych cut-off pre dve odvodené premenné by bolo potrebné vypočítať a namodelovať 56 modelov variogramov. V konečnom dôsledku v prípade viacerých cut-off táto metóda nemá ako rešpektovať ich priestorové vzťahy. Táto metóda je vhodná v prípade, ako sám názov hovorí, rýchlej servisnej služby pre odhad vyťažiteľných zásob pri náhlejšej zmene bilančnej podmienky, pre ktorú nebol robený odhad inou metódou.
- Argumentom proti indikátorovému krigovaniu (*Indicator Kriging*) je, že rovnako ako metóda servisnej premennej, ignoruje priestorové vzťahy medzi rozličnými cut-off. Táto nevýhoda sa dá obísť multiindikátorovým kokrigingom. Avšak problémom je vytvoriť koregionalizačný model variogramu o rozmere $n(n+1)/2$ pre n rôznych cut-off a to aj z dôvodu, že vzdialovaním sa hodnoty cut-off od hodnoty mediánu danej premennej bude experimentálny variogram menej a menej štruktúrovaný, čo znamená, že bude obtiažne pre extrémnejšie cut-off nastaviť štruktúrovaný model variogramu [12].

Na základe vyššie uvedeného bola nakoniec, pre odhad vyťažiteľných zásob na obzore 220 ložiska Jelšava, použitá metóda rovnomerného podmieňovania (*Uniform Conditioning*). Oproti disjunktívnemu krigovaniu má výhodu v tom, že je robustnejšia, pretože sa nepotrebuje riadiť predpokladom striktny stacionarity. Nakoľko je odhad lokálnych kovnatostí/tonáží kriviek pre každý panel robený na základe odhadu priemernej kovnatosti panelu získaného, napr. bežným krigovaním, ktoré sa riadi univerzálnou podmienkou, nedochádza tak k odhadu záporných tonáží, či iným nezlučiteľným výsledkom. Na rozdiel od metódy servisnej premennej, táto metóda poskytuje odhad kriviek kovnatosti/tonáží pre celý rozsah daných cut-off a nie len jedného cut-off vybraného počas odhadovacieho procesu.

5 Geoštatistické modelovanie vyt'azitel'nych zásob

5.1 Modelovanie bodovej Gaussovej anamorfózy

Použitie metódy rovnomerného podmieňovania si vyžaduje poznanie priemerného obsahu sledovanej premennej pre panel daného rozmeru. Odhad týchto priemerov je možné vykonať akoukoľvek metodikou, avšak pod podmienkou nevychýlenosti odhadu od neznámej skutočnosti a minimálneho rozptylu medzi odhadom a neznámou skutočnosťou. Vzhľadom k tomu, že experimentálne histogramy študovaných premenných sú veľmi komplexné a v žiadnom prípade sa neriadia normálnym, Gaussovým rozdelením, bolo potrebné transformovať tieto premenné do normálneho rozdelenia. Pre takúto transformáciu premennej je potrebný model Gaussovej anamorfózy, ktorý je možné získať expanziou Hermitových polynómov [4]. Takýto model si vyžaduje splnenie nasledujúcich podmienok:

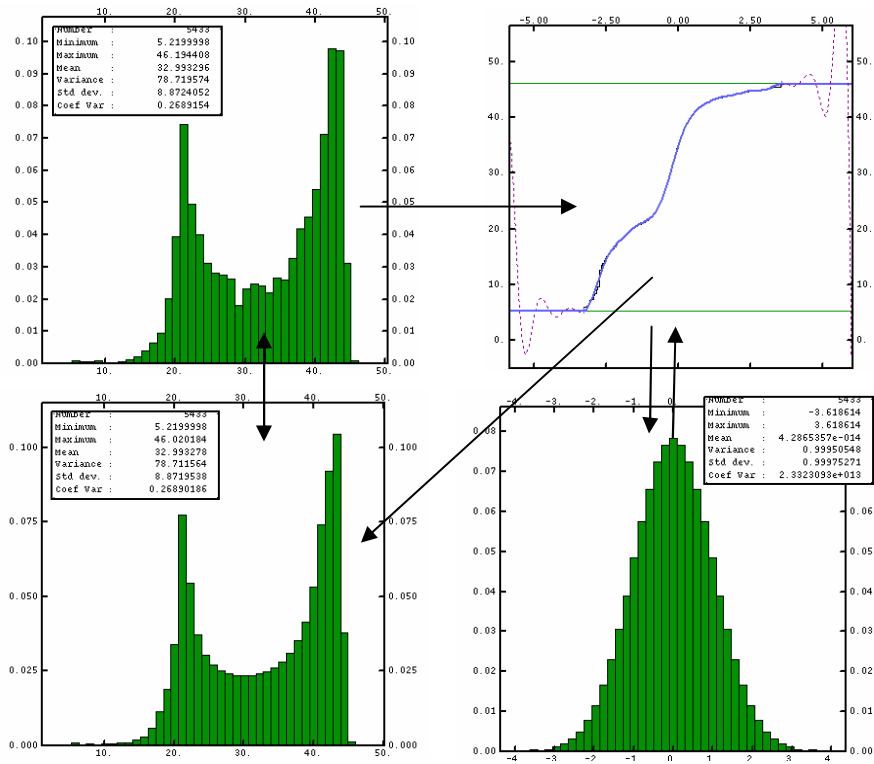
- rozdiely štatistických parametrov pôvodnej a spätne transformovanej distribúcie sú minimálne,
- distribúcia transformovanej premennej má priemer rovný 0 a rozptyl 1,
- priemer rozdielov medzi počiatocnými a spätne transformovanými hodnotami je 0 a ich rozptyl minimálny,
- rozdiel tvarov experimentálnych histogramov pôvodných a spätne transformovaných hodnôt je minimálny,
- korelácia medzi počiatocnými a spätne transformovanými hodnotami je maximálne kladná.

Na Obr. 2 je zobrazený princíp transformácie hodnôt obsahu MgO, s priemerom rozdielov medzi počiatocnými (vľavo hore) a spätne transformovanými hodnotami (vľavo dole) rovným 0.000016 a ich rozptylom 0,008893. Ich korelácia je rovná 0.99999. Použitých bolo 37 Hermitových polynómov.

5.2 Variografia – princípy

Referenčná rovina pre výpočet smerových experimentálnych variogramov [2] bola rovina s azimutom 7° (S07V) a so sklonom 90° . Táto vertikálna rovina reprezentovala vrtné vejáre, kde smer S07V zahŕňal z vejárov horizontálne vrty smerujúcich na S07V a J07Z a záseky z prekopov rovnakých smerov. V smere vertikálnom bol počítaný experimentálny variogram, ktorý reprezentoval vrty dovrchné a úpadne zvislé z vrtných vejárov, ako aj vrty povrchové. V smere kolmom na túto rovину boli počítané experimentálne variogramy pre zásekové vzorky zo smerných chodieb a prekopov smerujúcich na východ a západ.

V referenčnej, vertikálnej rovine boli experimentálne variogramy počítané pozdĺž línií bez uhlovej tolerancie. V rovine kolmej, horizontálnej, boli experimentálne variogramy počítané taktiež pozdĺž línií, avšak s uhlovou toleranciou 17° , nakoľko západná smerná chodba bol razená v smere Z10J. Všetky experimentálne variogramy boli počítané pre 13 vzdialenostných tried so vzdialenosťou 60 m a toleranciou na vzdialenosť 0.5.



Obr. 2. Modelovanie bodovej Gaussovej anamorfozy obsahu MgO.
Fig. 2. Point Gaussian Anamorphosis modelling of MgO grade.

Na takto vypočítané experimentálne variogramy boli následne nastavené matematické modely variogramov na základe autorizovaných základných štruktúr [9]. Kvalita nastavenia jednotlivých modelov variogramov bola kontrolovaná procedúrou cross-validation, pričom vybraný bol model so skóre, kde priemer štandardizovaných rozdielov medzi skutočnými hodnotami vzoriek a ich odhadmi bol najbližšie 0, a ich rozptyl rovný 1 [1]. Pre potreby použitia procedúry cross-validation bolo potrebné namodelovať kľzavé okolie odhadu (*Moving Search Neighbourhood*), a zabezpečiť tak čo najpravdepodobnejšie rozmiestnenie kondičných dát v okolí odhadu, a síce:

- veľkosti troch osí elipsy okolia odhadu a jej rotáciu na základe namodelovaných dosahov vplyvov modelov variogramov,
- počet angulárnych sektorov rozdeľujúcich elipsu okolia odhadu,
- minimálny a optimálny počet hodnôt per sektor,
- maximálny počet prázdnych, po sebe nasledujúcich sektorov,
- minimálnu vzdialenosť medzi dvoma vzorkami a
- maximálnu vzdialenosť medzi odhadom a vzorkou.

Vzhľadom k evidentne menej početným analýzam hodnôt obsahu Fe_2O_3 a k ich vzájomnému vzťahu k hodnotám obsahu MgO a CaO , boli pre tieto premenné vypočítané experimentálne variogramy, obsahujúce experimentálne variogramy pre jednotlivé premenné a ich cross-variogramy. Na tieto bol nastavený koregionalizačný model variogramu rešpektujúci priestorové črty variability týchto premenných a ich vzájomné vzťahy [14]. Lineárny model koregionalizácie je model vzťahujúci sa k dvom alebo viacerým premenným. Tento model je definovaný ako lineárna suma všetkých modelov regionalizácie, čiže ako suma proporciálnych kovariančných modelov. Variogramy a cross-variogramy odvodené z takéhoto modelu koregionalizácie budú mať rovnaké štrukturálne komponenty, ale budú sa odlišovať hodnotami nugget efektu ako aj hodnotami prahov. Dosahy týchto modelov variogramov a cross-variogramov však ostávajú konštantné. Aby bol takýto model autorizovanou lineárnou kombináciou v rámci lineárneho modelu koregionalizácie, je potrebné zabezpečiť, aby matice kovariancií boli pozitívne definované. To znamená, že hlavné a vedľajšie determinanty týchto matíc sú nezáporné, čiže:

- všetky diagonálne elementy sú nezáporné,
- všetky determinanty druhého rádu sú nezáporné,
- determinanty tretieho rádu, alebo vlastné hodnoty, sú nezáporné.

Premenná SiO_2 bola modelovaná samostatne v rámci lineárneho modelu regionalizácie [8].

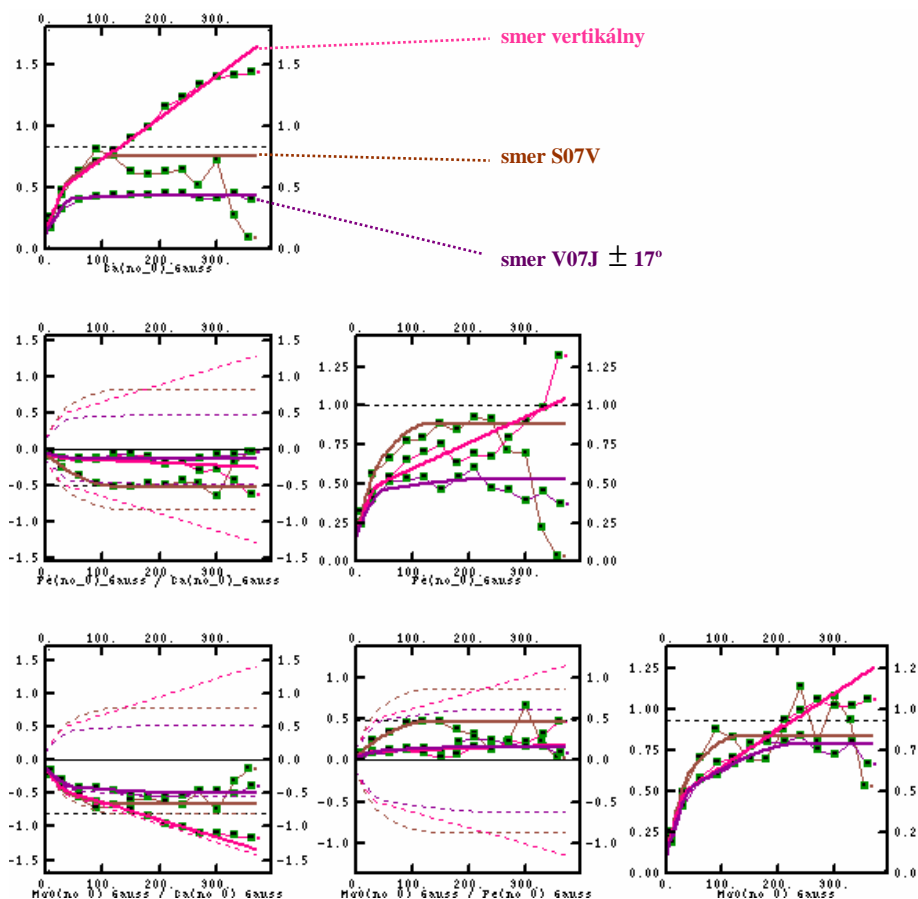
5.3 Variografia transformovaných, Gaussových hodnôt

Na základe bodovej Gaussovej anamorfózy, popísanej v kapitole 5.1, boli hodnoty jednotlivých premenných transformované do normálneho, Gaussovho rozdelenia. Takto transformované hodnoty boli použité na výpočet experimentálnych variogramov podľa princípov uvedených v kapitole 5.2.

Na **Obr. 3** sú zobrazené smerové experimentálne variogramy premenných MgO , CaO a Fe_2O_3 , ako aj ich vzájomné cross-variogramy. Na tie bol následne nastavený štruktúrny model koregionalizácie. Tento model je zložený z 5-tich základných štruktúr:

1. Nugget efekt alebo efekt zbytkového rozptylu, reprezentujúca prítomnosť štruktúr na malých vzdialenostiach, menších ako najmenšia vzdialenosť medzi vzorkami.
2. Sférická štruktúra s dosahom vplyvu 40 m a koeficientmi anizotropie (0.888889, 1.000000, 0.800000) v smeroch S07V, vertikálnom a smere V07J, reprezentujúca geometrickú anizotropiu v trojrozmernom priestore.
3. Sférická štruktúra s dosahom vplyvu 250 m len v smere V07J, reprezentujúca vysokú spojitosť študovaných obsahov v tomto smere, čiže predĺženie magnezitových telies v smere V-Z.
4. Sférická štruktúra s dosahom vplyvu 130m v smere S07V, reprezentujúca zonálnu anizotropiu medzi týmto smerom a smerom V-Z.
5. Lineárna štruktúra v smere vertikálnom, reprezentujúca prítomnosť trendu vo vývoji magnezitových telies vo vertikálnom smere.

Pomerne odlišné správanie sa vykazuje premenná obsahu SiO_2 , kde sa trend neobjavuje v smere vertikálnom po úklone ložiska, ale v horizontálnych smeroch. Je treba poznamenať, že nakoľko v smere S07V, za dosahom vplyvu prvej sférickej štruktúry (120 m), rapídne klesal počet párov tvoriacich experimentálny variogram, je možné v tomto smere vplyv trendu považovať za zanedbateľný.



Obr. 3. Variografia a cross-variografia premenných MgO, CaO a Fe_2O_3 .

Fig. 3. Art of variography and cross-variography of variables MgO, CaO and Fe_2O_3 .

5.4 Variografia pôvodných, netransformovaných hodnôt

Pre potreby modelovania zmeny supportu z bodových vzoriek na panely 16x16x6 m a bloky 4x4x6 m bolo potrebné vytvoriť štruktúrne modely jednotlivých premenných. Výpočet bol realizovaný za rovnakých podmienok ako v predchádzajúcom prípade transformovaných hodnôt.

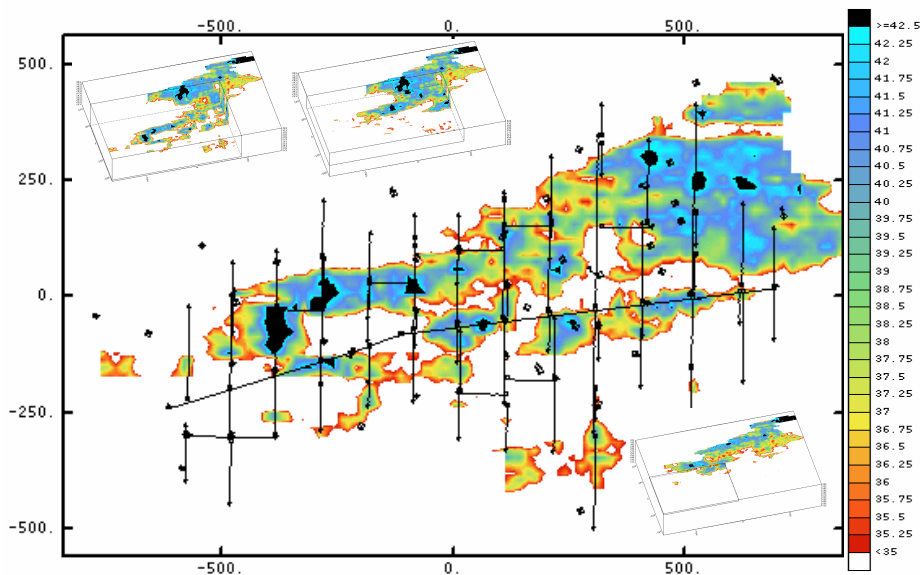
Výsledok modelovania štruktúrneho modelu koregionalizácie premenných MgO, CaO a Fe₂O₃ je veľmi podobný modelu transformovaných premenných v zmysle počtu a typu základných štruktúr tvoriacich tento model a dosahov ich vplyvov, ktoré sa líšia len nepatrne. Hodnoty nugget efektu a prahov jednotlivých štruktúr pre jednotlivé variogramy a cross-variogramy sú samozrejme rozdielne, nakoľko počiatkové hodnoty majú experimentálny rozptyl rozdielny od 1, ako je tomu u premenných po transformácií.

5.5 Simulácia transformovaných hodnôt

Geoštatistická simulácia je proces vytvorenia jednej možnej realizácie spomedzi všetkých možných realizácií v danom bode alebo na danom objeme [10]. Takáto realizácia musí reprodukovat' štatistické a geoštatistické charakteristiky variability (histogram a variogram) študovanej premennej. To znamená, že geoštatistická simulácia vytvára súbor hodnôt tvoriacich jednu z možných realizácií spomedzi nekonečného počtu možností, pričom výsledná realizácia musí spĺňať nasledujúce kritéria [11]:

- vo všetkých priestorových pozíciách experimentálnych dát má rovnaké hodnoty ako dátové,
- má rovnaký priestorový model variability (variogram) ako experimentálne dátové hodnoty,
- majú rovnaké rozdelenie početností (histogram) ako experimentálne hodnoty,
- sú koregionalizovateľné s akoukoľvek inou simulovanou premennou, rovnako ako experimentálne hodnoty.

Keďže pre odhad vyťažiteľných zásob na predmetnom obzore bola vybraná metóda rovnomerného podmieňovania, ktorá predpokladá, že priemerné obsahy študovaných premenných na paneloch sú známe, bolo potrebné odhadnúť tieto priemery. Nakoľko experimentálne histogramy dostupných dát študovaných premenných boli veľmi komplexné a neriadili sa normálnym rozdelením, znamenalo by použitie lineárneho krigovania pre odhad týchto priemerov výrazné vychýlenie. Z tohto dôvodu bol zvolený postup transformácie premenných do normálneho rozdelenia a simulovanie priemerov kovnatostí pre panely o rozmeroch 16x16x6 m. Zvolená metóda simulácie bola metóda otáčania pásiem (turning bands) [6]. Pred samotnou simuláciou bol každý panel diskretizovaný 98-timi bodmi, rovnomerne distribuovaných na panely v sieti 7x7x2. Vytvorených bolo 30 realizácií, čo bolo maximum pre takýto veľký počet odhadovaných panelov, ako aj počet súčasne spracovávaných premenných v rámci štruktúrneho modelu koregionalizácie. Na základe týchto realizácií bola v rámci každého simulovaného panelu vytvorená lokálna distribúcia v Gaussovom priestore, ktorá bola následne spätne transformovaná, pomocou bodovej Gaussovej anamorfózy popísanej v kapitole 5.1, do pôvodného priestoru. Pre praktické účely bol ako výsledok simulácie použitý priemer týchto realizácií, reprezentujúci priemerný obsah študovaného chemizmu na panely 16x16x6 m. Na **Obr. 4** je zobrazený tento výsledok pre priemerné obsahy MgO na obzore 220. Rovnakým spôsobom boli vytvorené priemerné simulácie aj pre ostatné premenné.

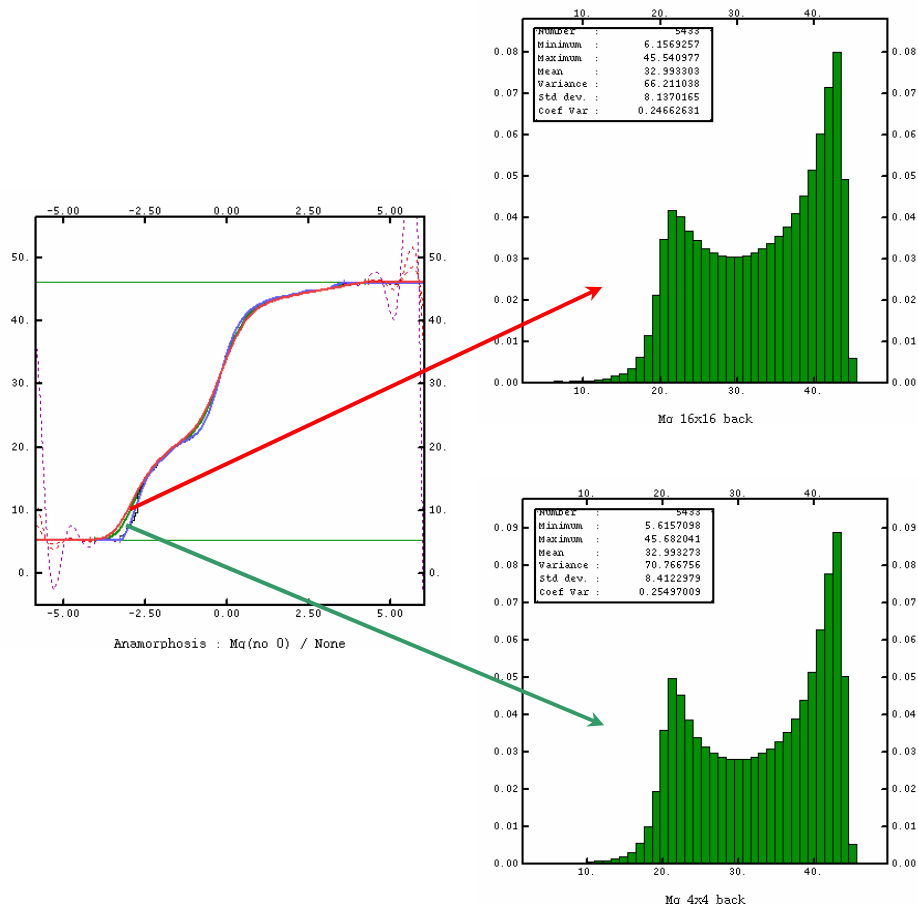


Obr. 4. Simulácia priemerov MgO pre paneli 16x16x6m.
Fig. 4. Simulation of MgO average grade for pannels 16x16x6m.

5.6 Modelovanie Gaussových anamorfóz pre panely a bloky

Metóda rovnomerného podmieňovania používa známy priemer chemizmu na paneloch [4]. Tento krok bol vykonaný v predchádzajúcej časti pomocou simulácie priemerných obsahov študovaných premenných na paneloch. Následne táto metóda počíta priamo distribúciu blokov 4x4x6 m na paneloch 16x16x6 m pomocou modelov Gaussovej anamorfózy so zohľadnením zmeny týchto objemov. To znamená, že na použitie rovnomerného podmieňovania je potrebné poznať modely anamorfózy pre bloky aj panely.

Na **Obr. 5** je zobrazená funkcia anamorfózy pre panely (červenou) a bloky (zelenou). Modrou je zobrazená funkcia anamorfózy bodov a čierna diskretná krivka reprezentuje kumulatívny histogram dostupných dát. Je na mieste si všimnúť, že funkcia anamorfózy pre panely je najmenej rozptýlená vplyvom vzťahu objem/variancia, čiže so zvyšovaním objemu klesá rozptyl hodnôt. Vpravo sú zobrazené histogramy rozdelenia početností spätne transformovaných hodnôt MgO na základe príslušných funkcií anamorfózy. Opäť je jednoznačné, že napriek tomu, že oba histogramy vykazujú bimodálne rozdelenie, histogram spätne transformovaných hodnôt na základe anamorfózy pre panely má menší rozptyl ako histogram získaný na základe anamorfózy pre bloky z dôvodu zvyšujúceho sa supportu.



Obr. 5. Modelovanie Gaussovej anamorfózy pre panely (hore) a bloky (dole) – MgO.
Fig. 5. Gaussian Anamorphosis modelling for pannels (up) and blocks (down) – MgO.

5.7 Odhad vyt'aziteľných zásob

Princípom vybranej metódy rovnomerného podmieňovania (*Uniform Conditioning*) je, že bloky o malých rozmeroch tvoriace panel tvoria zároveň len určitý podiel daného panelu nad daný cut-off. Zároveň ale musí platiť, že transformované hodnoty pre panely a bloky majú dvojrozmerné normálne rozdelenie, ktoré závisí len na koeficientoch zmeny supportu [12]. Ak pôvodné hodnoty sú Z a ich transformované hodnoty sú Y , tak platí nasledujúci vzťah:

$$Z = \phi(Y), \quad (2)$$

kde ϕ je funkcia anamorfózy. Aplikáciou anamorfózy pre rozdielny support (x pre vzorky, v pre bloky a V pre panely) dostávame nasledujúci vzťah [12]:

$$Z(x) = \phi(Y(x)) \Rightarrow Z(v) = \phi_r(Y_v) \Rightarrow Z(V) = \phi_R(Y_V). \quad (3)$$

Koeficienty r a R sa nazývajú koeficienty zmeny supportu a vyjadrujú pokles disperzie rozptylu z dôvodu zvyšujúceho sa supportu, čiže od bodov cez bloky k panelom. Aplikáciou tohto modelu získavame:

- tonáž:
$$T(z_c) = 1 - G \left\{ \frac{y_c - \frac{R}{r} Y_V}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{r}\right)^2}} \right\}, \quad (4)$$

- množstvo kovu:

$$Q(z_c) = \sum_{i=0}^N \left(\frac{R}{r}\right)^i H_i Y_V \sum_{j=0}^N \psi_j r^j \int_{y_c}^{+\infty} H_j(y) H_i(y) g(y) dy, \quad (5)$$

kde ψ_i sú koeficienty Hermitových polynómov H_i , G je distribučná funkcia a y_c je Gaussov ekvivalent cut-off hodnoty počiatkových dát z_c . Ako je vidno, tieto vyjadrenia závisia len na funkcií anamorfózy a koeficientoch zmeny supportu pre bloky a panely. Samotné podmieňovanie kovnatosti panelu je dosiahnuté v zmysle správnej Gaussovej transformácie [12]. Keďže priemerná kovnatosť panela je neznáma, nahrádza sa jeho krígovanou, resp. simulovanou hodnotou (kapitola 5.5).

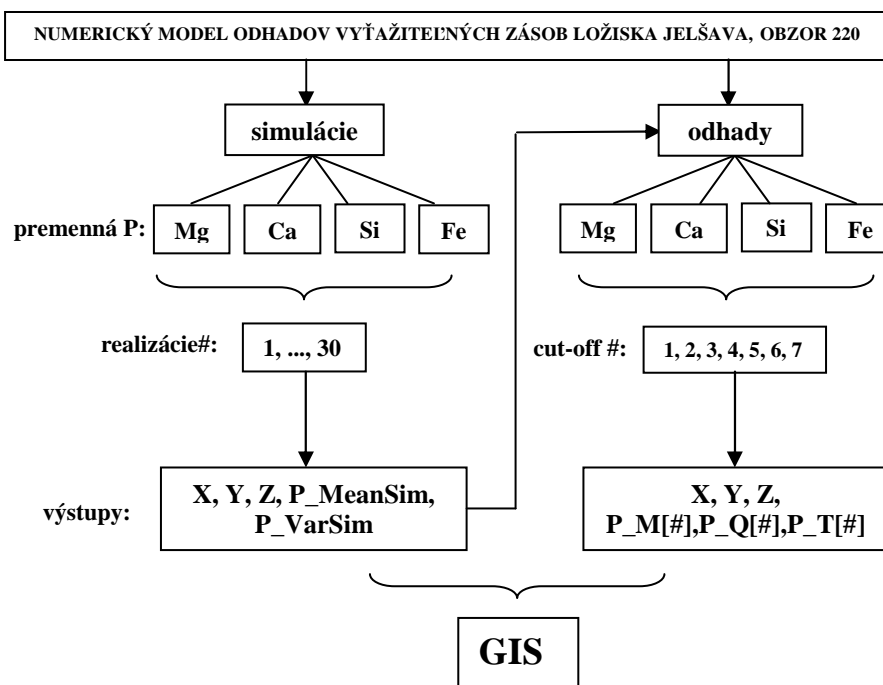
Pre potreby odhadov vyťažiteľných zásob boli použité hodnoty cut-off uvedené v **Tabuľke 2**. Na základe týchto cut-off, simulovaných kovnatosti a modelov anamorfózy pre bloky a panely boli odhadnuté vyťažiteľné zásoby.

Tabuľka 2. Cut-off hodnoty charakterizujúce kvalitatívne triedy magnezitu.

Kvalitatívna trieda magnezitu	MgO	CaO	SiO ₂	Fe ₂ O ₃
1	> 42.5	< 1.2	< 0.3	< 3.5
2	> 41	> 1.2	> 0.3	> 3.5
3	> 39.5	> 3.2	> 0.7	> 3.7
4	> 38	> 5.2	> 1.1	> 3.9
5	> 36.5	> 7.2	> 1.5	> 4.1
6	> 35	> 9.2	> 1.9	> 4.3
7	< 35	> 11.2	> 2.3	> 4.5

6 Záver

Výsledkom predchádzajúceho geoštatistického modelovania je odhad o celkovom počte 124950 SMU s rozmermi 16x16x6 m, kde pre každé SMU sú odhadnuté tri premenné – T , Q a M . Tieto tri premenné sú odhadnuté pre každé cut-off (kvalitatívnu triedu magnezitu) a pre každú študovanú premennú (MgO, CaO, Fe₂O₃ a SiO₂). Z uvedeného vyplýva, že výsledná databáza obsahovala 124950 riadkov predstavujúcich počet odhadnutých SMU a 88 stĺpcov – identifikátor SMU, X, Y a Z SMU a 84 premenných odhadu vyťažiteľných zásob. Pridaním výsledkov simulácií – sa počet stĺpcov zvýšil na 96 (Obr. 6).

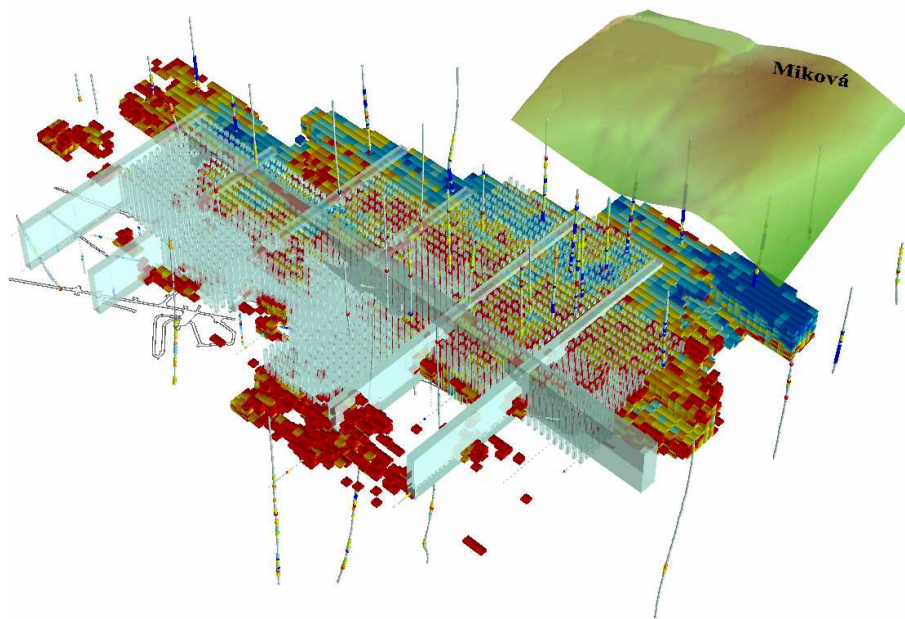


Obr. 6. Schématické znázornenie modelovania vyťažiteľných zásob.

Fig. 6. Diagram of recoverable reserves modelling.

Je zrejmé, že pre potreby banského podniku v rámci procesu projektovania ťažobných sektorov, ťažby, rozhodovania o selektivitve a evidencií zásob je samotný výsledný numerický model nepostačujúci. Výsledky odhadov vyťažiteľných zásob bolo preto potrebné implementovať do prostredia GIS (Obr. 7), po štruktúrovaní výsledkov modelovania do relačných databáz. Na základe tohto systému je teraz možné optimálne narábať s výsledkami odhadov vyťažiteľných zásob nie len z hľadiska ich evidencie, ťažby, alebo ich viazanosti v pilieroch. Prostriedky GIS teraz

banskému podniku umožňujú riešiť aj mnoho iných praktických úloh týkajúcich sa riadenia, postupu ťažby v naprojektovaných ťažobných sektoroch, sledovať kvalitu rúbiny a optimalizovať jej pomer, a mnoho ďalších tvoriacich neoddeliteľnú súčasť každej banskej prevádzky.



Obr. 7. Výsledky odhadu vyťažiteľných zásob v prostredí GIS.
Fig. 7. Results of the recoverable reserves estimation shown in GIS environment.

Referencie

- [1] Clark, I. &, Harper, W.V.: *Practical Geostatistics 2000*. Greyden Press. 2000, U.S.A.
- [2] David, M.: *Geostatistical Ore Reserve Estimation*. Elsevier Scientific Publishing Company. 1977. Netherlands. ISBN 0-444-41532-7.
- [3] Dowd, P.A. (2004b): *MINE5270 Multivariate Geostatistics*. Notes on MSc. in Mineral Resources and Environmental Geostatistics. 2003. University of Leeds, Leeds, U.K.
- [4] Dowd, P.A. (2004c): *MINE5280 Non-linear Geostatistics*. Notes on MSc. in Mineral Resources and Environmental Geostatistics. 2003. University of Leeds, Leeds, U.K.

- [5] Dowd, P.A. (2004d): *MINE5290 Geostatistical Simulations*. Notes on MSc. in Mineral Resources and Environmental Geostatistics. 2003. University of Leeds, Leeds, U.K.
- [6] Grečula, et.al.: *Ložiská nerastných surovín Slovenského Rudohoria*. Geokomplex Bratislava. 1995. ISBN 80-967018-2-7
- [7] Chiles, J., P.; Delfiner, P.: *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. John Wiley and Sons, Inc. 1999. ISBN 0-471-08315-1.
- [8] Isaaks, E., H.; Srivastava, R., M. (1989): *An Introduction to Applied Geostatistics*. Oxford University Press. 1989. ISBN 0-19-505013-4.
- [9] Journel, A., G.; Huijbregts, Ch., J.: *Mining Geostatistics*. Academic Press, Inc, London, LTD. 1978. ISBN 0-12-391050-1.
- [10] Lantuéjoul, Ch.: *Geostatistical Simulations. Models and Algorithms*. Springer-Verlag Print, Berlin. 2002. ISBN 3-540-42202-1
- [11] Ravenscroft, P., J.: Conditional Simulation for Mining: Practical Implementation in an Industrial Environment. In *Geostatistical Simulations*. Armstrong, M.; Dowd, P., A. (editors). Pgs 79-89. Kluwer Academic Publishers. 1994. ISBN 0-7923-2732-2.
- [12] Rivoirard, J.: *Introduction to Disjunctive Kriging and Non-Linear Geostatistics*. Oxford University Press. 1994. ISBN 0-19-87418-4
- [13] Vizi, L.; Marcin, M.; Pinka, J.: Technológia víťania uklonených a horizontálnych vrtov v uhoľných slojoch. *Acta Montanistica Slovaca*. Mimoriadne číslo 1/2006. Ročník XI. Fakulta BERG, Technická univerzita v Košiciach, 2006. ISSN 1335-1788.
- [14] Wackernagel, H.: *Multivariate Geostatistics*. 3rd edition. Springer-Verlag Print, Berlin. 2003. ISBN 3-540-44142-5.