

# APLIKACE SKELETONU PŘI AUTOMATIZOVANÉ KARTOGRAFICKÉ GENERALIZACI.

Tomáš Bayer, Marcel Šíp

Katedra aplikované geoinformatiky a kartografie, Přírodovědecká fakulta,  
Univerzita Karlova v Praze, Albertov 6, 120 78, Praha 2, Česká republika  
bayertom@natur.cuni.cz | msip@arcdata.cz

**Abstrakt.** Příspěvek se zabývá analýzou využití skeletonu (topologické kostry) v procesu automatizované kartografické generalizace. Topologickou kostru lze využít při kartografické generalizaci uzavřené oblasti technikami zjednodušení tvaru, prostorové redukce či eliminace. Tyto postupy dosahují přirozenějších a kartograficky věrnějších výsledků než dříve používané techniky. Příspěvek ilustruje souvislost a vzájemnou provázanost kartografie a výpočetní geometrie.

**Klíčová slova:** Topologická kostra, medial axis, straight skeleton, chordal axis, kartografická generalizace, agregace.

**Abstract.** Automatic cartographic generalization using skeleton. This paper presents a new approach to the cartographic generalization of planar shapes using following methods: shape simplify method, spatial reduction method, region elimination method. Our solution is based on medial axis, straight skeleton or chordal axis and achieves more suitable results than conventional approaches.

**Keywords.** Skeleton, medial axis, straight skeleton, chordal axis, simplify, elimination, digital cartography.

## 1. Úvod

Kartografické dílo představuje abstrakci skutečnosti, znázorňuje zmenšený obraz zemského povrchu. Aby byly zachovány základní vlastnosti kartografického díla, jako objektivnost, názornost, přehlednost, estetičnost, musí dojít k řízené redukci vstupních informací.

Automatizovaná kartografická generalizace představuje poměrně aktuální problém, který souvisí se stále se rozšiřujícím spektrem a zvětšujícím se objemem dat geoinformačního charakteru, jež jsou k dispozici o zájmovém území. Jejich následná selekce nezbytná pro realizaci kartografických výstupů splňujících náročná estetická i kartografická kritéria se stává nutností. Generalizace hraje klíčovou roli i v oblasti počítačové grafiky, umožňuje redukovat množství zobrazovaných informací a zrychlit proces vizualizace dat.

Tento článek se zabývá využitím geometrické struktury “skeleton” v procesu kartografické generalizace. Skeleton má zajímavé geometrické vlastnosti, které činí proces kartografické generalizace efektivnějším. Dosažené výsledky vykazují vyšší kartografickou věrnost než při použití generalizačních algoritmů založených na jednoduchých geometrických vztazích.

V článku se budeme zabývat popisem a vlastnostmi skeletonu pouze v  $\mathbb{E}^2$ , níže uvedené formální definice budou zjednodušeny.

## 2. Skeletonizace

Označme  $\mathcal{O}$  uzavřenou souvislou oblast v  $\mathbb{E}^2$ . Hranici  $\mathcal{O}$  tvoří uzavřená lomená čára s vrcholy  $P = \{P_1, \dots, P_n, P_1\}$ . Platí, že  $d(P_i, P_{i+1}) = s_{i,i+1}$ , kde  $d$  představuje euklidovskou vzdálenost bodů  $P_i, P_{i+1}$ . Skeletonem  $\mathbb{S}(\mathcal{O})$  oblasti  $\mathcal{O}$  rozumíme zobrazení  $\mathbb{S}(\mathcal{O}) : \mathcal{O} \rightarrow \Omega$ , kde  $\Omega$  je křivka třídy  $C^\infty$ .

Skeletonizace provádí dekompozici 2D entit (uzavřených oblastí) na 1D entity (křivky). Představuje proces, při kterém dochází k "zjednodušení" tvaru oblasti  $\mathcal{O}$  tak, že zůstává zachována její základní tvarová charakteristika. Redukuje se tak množství informace, kterou objekt nese. Původní objekt je dekomponován na svoji topologickou kostru nazývanou skeleton, procesy vedoucí k tvorbě skeletonu jsou označovány jako skeletonizační algoritmy. V geoinformatice dáváme přednost lomené čáře před křivkou, umožňuje efektivnější manipulaci se skeletonem. Vzniká při diskrétní aproximaci skeletonu některým z níže uvedených přibližných algoritmů. Topologickou kostru lze popsat souvislým neorientovaným grafem, tento fakt uvedeme v kapitole 3.

V současné době jsou nejčastěji používány tři typy skeletonizačních algoritmů:

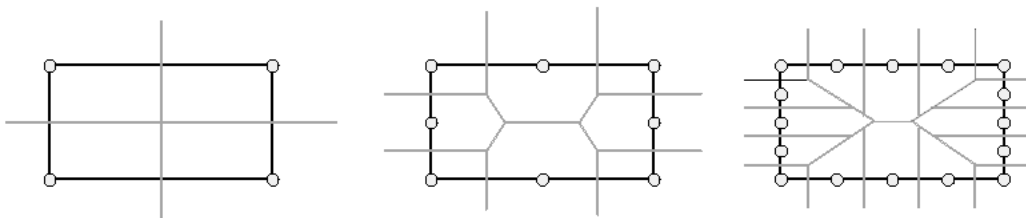
- Medial axis transformation (MAT)
- Straight skeleton transformation (SST)
- Chordal axis transformation (CAT)

Při konstrukci skeletonu jsou využívány pomocné geometrické struktury. Algoritmus pro tvorbu střední osy je založen na Voronoiově teselaci (VT), algoritmus pro tvorbu Chordal Axis na Delaunayově triangulaci (DT).

### 2.1 Medial Axis

Topologickou kostru vytvořenou Medial Axis Transformation (MAT) nazýváme Medial Axis (MA), v českém jazyce je používám ekvivalent "střední osa" (Blum, 1964).

Střední osu hledáme prostřednictvím množiny kruhů. Označme  $K(S, r)$  jako maximální kruh, který je vepsaný do oblasti  $\mathcal{O}$  tak, že je k ní tečný ve dvou a více bodech  $P_i$ , a neobsahuje žádné další body  $P_i$ . Jeho vnitřní body nazveme maximální. Pro oblast  $\mathcal{O}$  existuje nekonečně mnoho různých  $K$ , označíme je jako  $K_j(S_j, r_j)$ ,  $j = (1, \dots, \infty)$ . Skeleton  $\mathbb{S}(\mathcal{O})$ , vzniklý translací kruhů  $K_j$  po hranici  $\mathcal{O}$  za podmínky tečnosti  $K_j$  minimálně ve dvou bodech  $P_i, P_j \in \mathcal{O}$  tvořený sjednocením středů  $S_j$ , označujeme jako střední osu. Střední osa je křivka třídy  $C^\infty$ .



Obrázek 1: Konstrukce střední osy s pomocí VT, v každém kroku dojde k rekurzivnímu zdvojnásobení počtu bodů oblasti  $\mathcal{O}$ .

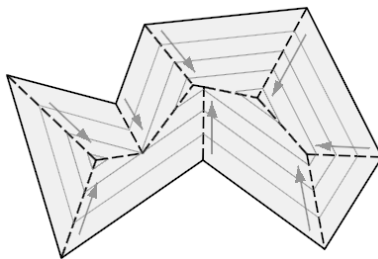
Tuto vlastnost lze z hlediska praktického použití střední osy v geoinformatice považovat za nevýhodu, manipulace s křivkami je obtížnější než s liniovými segmenty. V praxi je vhodné využít *diskrétní variantu* střední osy, pro jejíž konstrukci lze použít např. Voronoiovu teselaci nad množinou  $\mathcal{O}$ . Střední osa je v tomto případě tvořena lomenou čarou. VT představuje rozklad množiny bodů  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  na uzavřené či otevřené oblasti  $V(\mathcal{P}) = \{V(P_1), V(P_2), \dots, V(P_N)\}$  nazývané Voronoiovy buňky. Bod  $Q$  je vrcholem buňky  $V(P_i)$ , pokud největší prázdná kružnice  $C(Q)$  obsahuje

na své hranici tři body  $P_i, P_j, P_k (i \neq j \neq k)$ . Každá strana  $Q_i, Q_j$  je sdílána právě dvěma sousedními buňkami. Pokud pro každou dvojici bodů  $P_i, P_{i+1}$  platí

$$d(P_i, P_{i+1}) \gg 0, \quad (1)$$

lze tvrdit, že  $VT(P)$  “konverguje” ke střední ose. Ke konstrukci diskrétní varianty střední osy jsou použity takové strany  $Q_i, Q_j$ , které leží uvnitř oblasti  $\mathcal{O}$  (tj. nemají s touto oblastí žádný společný bod). Popsaná metoda konstrukce má dvě podstatné nevýhody. Pokud jsou body  $P_i, P_{i+1}$  “příliš” daleko, nemusí existovat žádná strana  $Q_i, Q_j$  splňující (1). Vygenerovaná střední osa je pouhou diskrétní aproximací, její tvar nemusí být z takto “řídke” množiny optimální.

Jako výhodnější se jeví *modifikovaná* varianta, při které je nejprve provedeno rekurzivní zjemněné dělení každé strany  $P_i, P_{i+1}$  na předem zadaný počet dílů či selektivní rekurze zohledňující  $s_{ij}$ . Při konstrukci  $VT(P)$  je vhodné využít Constrained Delaunay Triangulation (*CDT*) bez nutnosti detekce hran ležících vně oblasti  $\mathcal{O}$ . Povinné hrany budou představovat spojnice  $P_i, P_{i+1}$ . Výsledkem je tvarově vhodnější aproximace střední osy. Postup má složitost  $O(N^3)$ , jeho implementace pro velká  $N$  je časově náročná. Existují specializované metody konstrukce střední osy popsané např. v [6], tento článek se však jimi podrobněji nezabývá.



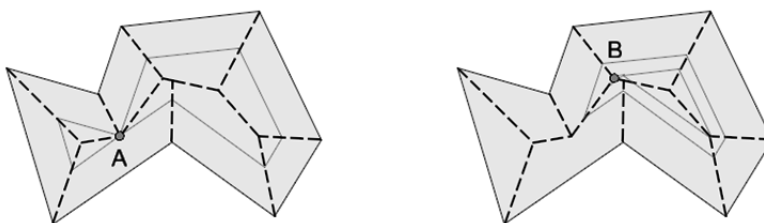
Obrázek 2: Konstrukce straight skeletonu současným posouváním stran uzavřené oblasti po bisektorech úhlů.

## 2.2 Straight skeleton

Tento typ skeletonu využívá posloupnost úseček. Oblast  $\mathcal{O}$  smí být, na rozdíl od předchozího případu, tvořena pouze liniovými segmenty. Skeleton představují části os úhlů, tj. bisektorů  $b_i$ , mezi dvojicí sousedních stran  $P_{i-1}, P_i$  a  $P_i, P_{i+1}$ . Pro aplikované výpočty je vhodnější používat straight skeleton než střední osu, tato struktura má vhodnější geometrické vlastnosti. Při konstrukci straight skeletonu zpravidla nevyužíváme žádné pomocné struktury. Posouváme-li současně všechny strany  $P_i, P_{i+1}$  oblasti  $\mathcal{O}$  konstantní rychlostí  $v$  směrem dovnitř, jejich délky  $s_{i,i+1}$  se zmenšují, vrcholy se pohybují po bisektorech úhlů. Množina bodů všech bisektorů tvoří straight skeleton (Aichholzer, 1995).

Postup připomíná opakované ořezávání uzavřené oblasti, oblast se sesouvá v sama sebe tak dlouho, dokud její plocha není rovna nule. Tento proces nazýváme *smršťováním*. Konstrukce skeletonu technikou smršťování je poměrně složitá a to zejména v případech, kdy se v uzavřené oblasti vyskytuje mnoho nekonvexních vrcholů (viz dále). Počet nekonvexních vrcholů označme  $m$ . Při smršťování dochází ke vzniku dvojice událostí (Felkel at Obdržálek, 1998):

- *Edge event*: Délka strany se zmenší na nulu, strana zaniká. Vzniklý bod se stává uzlem, ze kterého vychází trojice hran skeletonu. Počet stran oblasti se sníží o jednu, vznikne nová dvojice sousedících stran.
- *Split event*: Vrchol rozdělí některou z protilehlých stran na dvě části. Dojde k rozdělení oblasti na dvě nové oblasti. Tento bod se opět stává uzlem, ze kterého vychází trojice hran skeletonu. Uzel má stupeň tři.



Obrázek 3: V bodě A dochází k split event, v bodě B dochází k edge event.

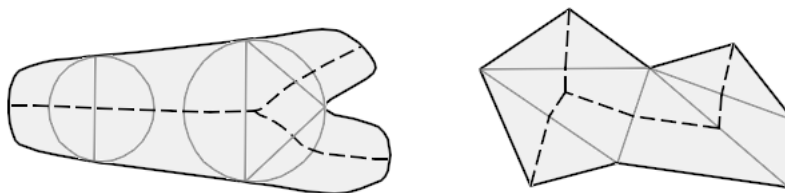
Základní nevýhodou straight skeletonu je jeho poměrně složitá konstrukce, popis algoritmu Felkel&Obdržálek lze nalézt v [3]. Pokud je vnitřní úhel oblasti měřený mezi dvěma sousedními segmenty větší než  $180^\circ$ , označujeme jejich společný vrchol jako nekonvexní. Jestliže se v uzavřené oblasti vyskytnou nekonvexní vrcholy, negativně ovlivňují celkový tvar skeletonu. Hrany topologické kostry incidující s bisektorem takového úhlu bývají výrazně a nepřírozně posunuty směrem od nekonvexního vrcholu k protilehlým hranám.

Existuje modifikace straight skeletonu označovaná jako *linear axis*. Neconvexní vrcholy jsou nahrazeny úsečkou s nulovou délkou. Bisektory těchto hran nejsou součástí topologické kostry, výsledný skeleton je tvarově optimálnější.

### 2.3 Chordal Axis

Geometrická interpretace chordal axis je podobná popisu střední osy, využívá opět pojmu maximální kruh. Maximální kruh  $K(S, r)$  je tečný k oblasti  $\mathcal{O}$  ve dvou bodech  $P_i P_j (i \neq j)$ . Spojnice  $P_i P_j$  tvoří sečnu (chord), která kružnici  $K$  dělí na dva oblouky, a alespoň jeden z oblouků neobsahuje žádný další bod  $P_i$ . Sečnu  $P_i P_j$  označujeme jako Maximal Chord of Tangency (MCT). Označíme-li  $M_{i,j}$  je střední bod libovolné tětivy  $P_i P_j$  maximálního kruhu  $K(S, r)$ , potom množina všech  $M_{i,j} \in \mathcal{O}$  určuje chordal axis. Pokud se jeden z oblouků  $K$  dotkne trojice bodů  $P_i, P_j, P_k$ , potom střed  $S$  představuje uzlový bod skeletonu (Hulin at Thiel, 2006).

Chordal axis má pro obecnou oblast  $\mathcal{O}$  tvar křivky. Pokud jsou hranice oblasti  $\mathcal{O}$  tvořeny pouze úsečkami, skeleton tvoří posloupnost úseček.

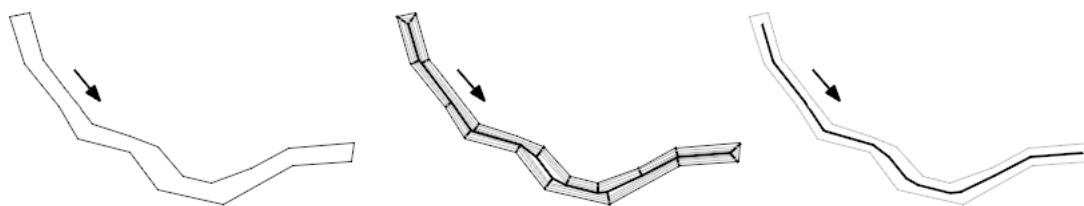


Obrázek 4: Vlevo princip konstrukce chordal axis. Vpravo konstrukce chordal axis s využitím CDT.

V praxi je vhodné využít *diskrétní variantu* Chordal Axis, pro jejíž konstrukci je jako pomocná geometrická struktura používána Delaunayova triangulace (DT). Vzhledem k tomu, že triangularizujeme pouze vnitřek  $\mathcal{O}$ , jedná se o CDT. Povinné hrany  $h$  budou představovat hrany  $P_i P_{i+1}$  oblasti  $\mathcal{O}$ . Označme libovolný trojúhelník jako  $\Delta_{ijk}$ , indexy  $i, j, k$  představují indexy vrcholů řazené po směru hodinových ručiček (Hulin at Thiel, 2006). Pokud je hrana trojúhelníku  $DT(\mathcal{O})$  totožná s hranou oblasti  $\mathcal{O}$ , označujeme ji jako *vnější* hranu. Vnější hrana  $h_{out}$  vzniká jako spojnice vrcholů  $P_i P_{i+1}$  oblasti  $\mathcal{O}$ . Vnitřní hrana  $h_{ins}$  představuje spojnicí vrcholů  $P_i, P_j$  oblasti  $\mathcal{O}$ , přičemž  $|i - j| > 1$ .

Při triangulaci vznikají tři typy trojúhelníků (Prasad, 1997):

- $\Delta_{ijk} : \sum h_{out} = 2$ : Hrana skeletonu je tvořena spojnici  $(P_j, M_{ik})$ .



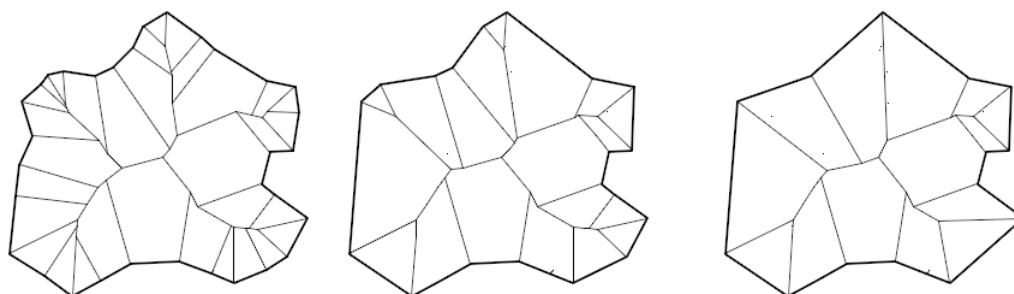
Obrázek 6: Generalizace vodní toku jeho prostorovou redukcí na topologickou kostru.

- $\Delta_{ijk} : \sum h_{out} = 1$ : Hrana skeletonu je tvořena spojnici  $(M_{i,k}, M_{j,k})$ .
- $\Delta_{ijk} : \sum h_{out} = 0$ : Generovány jsou tři hrany  $(S, M_{i,j})$ ,  $(S, M_{i,k})$ ,  $(S, M_{j,k})$ .

Nevýhodou chordal axis je její značná citlivost vůči vstupním bodům, tvar chordal axis může být pro některé konfigurace bodů nepřírozený. I přes tyto nedostatky je chordal axis v praxi velmi často používána.

### 3. Využití skeletonu při automatizované kartografické generalizaci

Skeletonizační algoritmy lze využít při automatizované či semiautomatizované generalizaci uzavřených oblastí. Ačkoliv tyto metody vycházejí pouze z geometrických parametrů oblasti  $\mathcal{O}$ , mají rysy kartografické generalizace. V dalším textu nazveme tuto generalizaci kartografickou generalizací. Uvedme tři nejčastěji používané techniky kartografické generalizace s využitím skeletonizačních algoritmů.



Obrázek 5: Kartografická generalizace zjednodušením tvaru uzavřené oblasti.

**Generalizace zjednodušením tvaru oblasti.** Při tomto procesu dochází ke zjednodušování tvaru oblasti  $\mathcal{O}$  vypouštěním některých jejích vrcholů. Algoritmus je založen na myšlence, že tvarově jednoduché objekty mají jednoduchou topologickou kostru. V prvním kroku je vytvořen skeleton  $\mathbb{S}(\mathcal{O})$ . Na kostru je následně aplikován některý z geometrických generalizačních algoritmů pro lomené čáry (např. Douglas-Peucker). Vzhledem k tomu, že jsou body skeletonu  $\mathbb{S}(\mathcal{O})$  propojeny ukazateli s generujícími hranami a vrcholy  $P_i$ , dojde zjednodušením tvaru skeletonu k odstranění příslušných vrcholů  $P_i$ . Jedná se o takové vrcholy, které do  $\mathbb{S}(\mathcal{O})$  přispívají tvarově málo významnými segmenty (Cacciola, 2006).

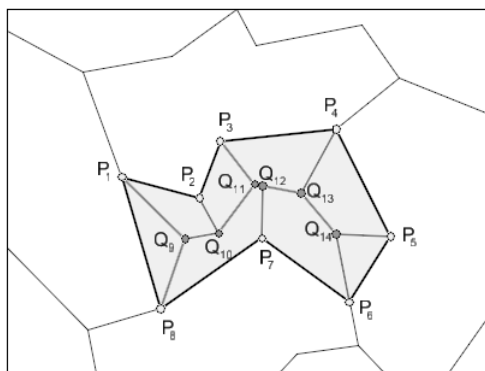
**Generalizace prostorovou redukcí.** Tato technika provádí změnu dimenze generalizovaného objektu s cílem zjednodušení jeho tvaru. Budeme se zabývat redukcí oblasti na lomenou čáru (tj. 2D entity na 1D entitu), k tomuto účelu lze použít diskrétní varianty skeletonizačních algoritmů. Využití nalezne u protáhlých a úzkých objektů, např. u vodstva či silniční sítě. Do určitého měřítka jsou vodní

toky v závislosti na své šířce znázorňovány prostřednictvím břehovky, tj. dvěma lomenými čarami. Aby bylo možno realizovat zobrazení vodního toku jako plošného útvaru, musí být jeho šířka v měřítku mapy větší než cca. 1mm. Pokud by šířka vodního toku byla menší, nahrazujeme ho zpravidla lomenou čarou.

V případech, kdy je tok členitý a jeho šířka se často mění, není snadné odhadnout polohu vrcholů generalizované lomené čáry, na kterou vodní tok dekomponujeme. Výhodnější je provést redukci na topologickou kostru. Ze skeletonu  $\mathbb{S}(\mathcal{O})$  odstraníme všechny hrany incidující s body  $P_i$ . Výsledkem tohoto procesu je lomená čára tvarově aproximující původní oblast  $\mathcal{O}$ , např. vodní tok. Na topologickou kostru můžeme aplikovat geometrické generalizační algoritmy a dále tak zjednodušit její tvar (Galanda, 2003).

**Generalizace eliminací.** Tato generalizační technika provádí odstraňování oblastí za splnění specifických podmínek. Je používána především u oblastí malých rozměrů nebo oblastí méně významných; takový objekt není vhodné od určitého měřítka mapy zobrazovat samostatně. Jedna z variant eliminace představuje odstranění oblasti  $\mathcal{O}$  rozdělením její plochy incidujícím oblastem [9].

Otázkou je, jakým způsobem vést dělicí hranice uvnitř generalizované oblasti tak, aby alespoň rámcově vystihovaly její tvar a byla zaručena topologická korektnost hran. Jedno z možných řešení nabízí topologická kostra. Postup eliminace s využitím skeletonu lze zapsat takto: Nad generalizovanou oblastí  $\mathcal{O}$  vygenerujeme skeleton, dělicí hranice s incidujícími oblastmi představují hrany skeletonu. Vzhledem k požadavku, aby skeleton tvořily úsečky, jsou pro tyto účely vhodné diskrétní varianty chordal axis či straight skeleton (Haunert et Sester, 2004). V tomto příspěvku se budeme věnovat druhé variantě.



Obrázek 7: Topologická kostra generalizované oblasti  $\mathcal{O}$ .

Topologickou kostru  $\mathbb{S}(\mathcal{O})$  lze reprezentovat acyklickým, spojeným neorientovaným grafem  $G(H, U, \rho)$ , tj. stromem. V tomto případě uzly  $U_i \approx P_i, U_i \approx Q_i$ . Skeleton  $\mathbb{S}(\mathcal{O})$  je tedy tvořen body  $P_i$  a nově vypočtenými body  $Q_i$  ležícími na  $\mathbb{S}$ . Rozdělení  $\mathcal{O}$  po hranách skeletonu představuje nalezení cest mezi jednotlivými body  $P_i$  incidujícími s více než dvěma oblastmi. Tyto body tvoří uzlové body. Problém převedeme na prohledávání grafu technikou prohledávání grafu do šířky (BFS) z předem zadaného uzlu  $s$  do cílového uzlu  $t$ . Označme uzel  $u$  jako předchůdce uzlu  $v$ , což lze zapsat jako  $p(v) = u$ . Platí, že počáteční uzel hrany jdoucí z uzlu  $u$  do uzlu  $v$  je bezprostředním předchůdcem uzlu  $v$ . Pomocí předchůdců lze z BFS stromu zrekonstruovat cestu z  $s$  do  $t$ .

Abychom získali mezilehlé body v pořadí, v jakém za sebou následují, spustíme proces hledání cesty s použitím BFS v opačném pořadí: jako startovní bod zadáme uzel  $t$ , jako koncový uzel bod  $s$ . Algoritmus BFS je pro graf  $G$  vhodné upravit. Do žádného z uzlů se při prohledávání grafu  $G$  vzhledem k jeho stromové struktuře nemůžeme vrátit opakovaně. Nemá smysl uzly rozdělovat do tří skupin, postačuje rozdělení na otevřené a uzavřené. Jako otevřené označme takové uzly, u kterých

---

**Algoritmus 1** Algoritmus prohledávání skeletu do šířky modifikovaným BFS.
 

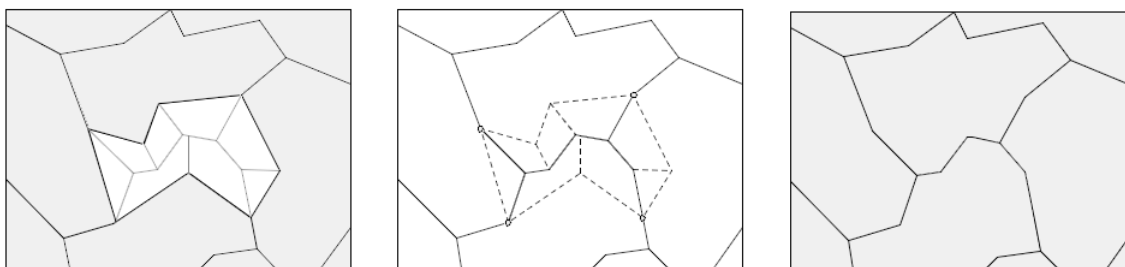
---

BFS( $G, s, t$ )

1. <b>for</b> všechny $u \in G$ <b>do</b> :	Každý uzel bude otevřený
2.   stav [ $u$ ] = "otevřený"	Žádný uzel nema předchůdce
3.   p [ $u$ ] = NIL	Přidej startovní uzel do fronty
4. ENQUEUE( $s$ )	
5. <b>repeat</b> pro $Q$ :	
6. $u$ = QUEUE_FIRST	Vezmi první otevřený uzel $u$
7. <b>for</b> ( $\forall v$ incidující s $u$ ) <b>do</b> :	Pro všechny uzly $v$ incidující s $u$
8. <b>if</b> (stav [ $v$ ] == "otevřený") <b>do</b> :	
9.       p [ $v$ ] = $u$	Nastavení uzlu $u$ jako předchůdce
10. <b>if</b> $v <> t$ <b>do</b> :	Není $v = t$ ?
11.          ENQUEUE( $v$ )	Přidej $v$ do fronty $Q$
12. <b>else</b> END	Ukonči hledání
13.   DEQUEUE( $u$ )	
14.   stav [ $u$ ] = "uzavřený"	Odstraň uzel $u$

---

nebyly prohledány všechny incidující uzly. Pokud k tomu již došlo, bude uzel označen jako uzavřený. V tomto případě také nehraje ohodnocení hran roli, algoritmus neprovádí relaxace hran.



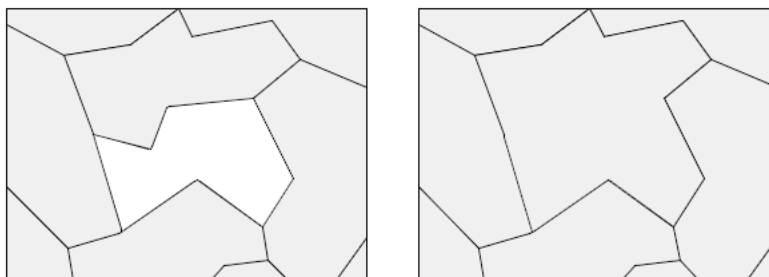
Obrázek 8: Ukázka kartografické generalizace oblasti metodou eliminace.

Topologická kostra rozděluje oblast  $\mathcal{O}$  na  $m$  podoblastí označených  $\{\mathcal{O}_1, \dots, \mathcal{O}_m\}$ . Tyto podoblasti jsou následně sjednoceny s příslušnými oblastmi incidujícími s  $\mathcal{O}$ . U takto nově vzniklých oblastí je nutno ošetřit topologii a atributovou stránku (negrafické informace vázané na oblast  $\mathcal{O}$ ).

Algoritmus není univerzálně použitelný, pokud nebude některá z hran oblasti  $\mathcal{O}$  sousedit s jinou oblastí, nebude možno oblast  $\mathcal{O}$  rozdělit beze zbytku. Vznikne zbytková plocha, která nebude přiřazena žádné oblasti. K této situaci dochází v případě, kdy oblast  $\mathcal{O}$  leží na okraji zájmového území. Před aplikací tohoto algoritmu je nutné ověřit sousednost každé hrany  $\mathcal{O}$  s jinou oblastí.

**Porovnání generalizace eliminací a agregací.** Porovnejme generalizaci eliminací s využitím topologické kostry s běžně používanou metodou generalizace oblastí agregací, při které dochází ke sloučení oblasti  $\mathcal{O}$  na základě geometrických či atributových parametrů s některou incidující oblastí. Mezi atributová kritéria patří např. podobný typ využití plochy, mezi geometrická kritéria patří např. délka společné hranice. Slučovány bývají sousedící oblasti s podobným využitím či sousedící oblasti s nejdelší společnou hranicí. Výsledek nemá z kartografického hlediska příliš dobré výsledky, dochází k přílišné dominanci jedné oblasti a utlačování oblastí ostatních.

Výše popsaný algoritmus byl implementován v prostředí ArcGIS, další informace lze nalézt v [8].



Obrázek 9: Kartografická generalizace oblasti metodou agregace, sloučení s oblastí s nejdelsí společnou hranicí.

### 3. Závěr

Cílem tohoto článku bylo seznámení s geometrickými vlastnostmi nejčastěji používaných skeletonů, principy jejich konstrukce a využitím této geometrické struktury v procesu automatizované kartografické generalizace uzavřených oblastí. Popsané postupy kartografické generalizace s využitím topologické kostry dosahují značné efektivity, výsledky vykazují vyšší kartografickou věrnost než klasické techniky. Článek ilustruje propojení výpočetní geometrie a teorie grafů, tyto postupy se uplatňují při procházení topologické kostry. Popsané algoritmy nejsou doposud příliš často implementovány v GIS softwarech, uveďme např. systém Polygen (Bader et Weibel, 1997).

### Reference

- [1] Hulin J., Thiel E.: *Chordal Axis on Weighted Distance Transforms*, Laboratoire d'Informatique de Marseille, 2006
- [2] Guoy D., Erickson J.: *Automatic Blocking Scheme for Structured Meshing in 2D Multiphase Flow Simulation*, University of Illinois, 2005
- [3] Felkel P., Obdržálek Š.: *Straight Skeleton Implementation*, ČVUT Praha, 1998
- [4] Aurenhammer F.: *Straight Skeleton for General Polygonal Figures in the Plane*, Graz University of Technology, 1995
- [5] Aichholzer O., Aurenhammer F.: *Straight Skeleton of Simple Polygons*, Graz University of Technology, 1995
- [6] Choi H., Woo S., Moon H. P.: *Mathematical Theory of Medial Axis Transform*, Pacific Journal of Mathematics, 1997
- [7] Haunert H., Sester M.: *Using the Straight Skeleton for Generalisation in a Multiple Representation Environment*, Institute of Cartography and Geoinformatics University of Hannover, 2004
- [8] Šíp M.: *Topologická kostra polygonu a její využití při kartografické generalizaci*, Univerzita Karlova v Praze, 2007
- [9] Bader M., Weibel R.: *Detecting and Resolving Size and Proximity Conflicts in the Generalization of Polygon Maps*. Sweden, 1997.
- [10] Galanda M.: *Automated Polygon Generalization in a Multi Agent System*. Mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät, Universität Zürich, 2003.