

# PŘÍPRAVA VYROVNÁNÍ SOUŘADNICOVÉHO SYSTÉMU S-JTSK/05

Jan Kostelecký<sup>1</sup>, Aleš Čepek<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Výzkumný ústav geodetický, topografický a kartografický, v.v.i., Ústecká 98,  
250 66, Zdiby, Česká republika  
jan.kostelecky@vugtk.cz

<sup>2</sup>Aleš Čepek, Fakulta stavební, ČVUT v Praze, Thákuřova 7,  
166 29, Praha, Česká republika  
cepek@sv.cvut.cz

**Abstrakt.** Od počátku devadesátých let minulého století probíhá pod hlavičkou Mezinárodní geodetické asociace IAG tvorba jednotného Evropského polohového systému za použití technologií kosmické geodézie. ČR se do této aktivity zapojila v roce 1991, kdy proběhla první mezinárodní kampaň EUREF-CS/H-91, kdy bylo na území tehdejšího Československa zaměřeno 6 bodů v souřadnicovém systému ETRS89 technologií GPS. Od roku 1996 probíhaly na území ČR dvě nezávislé měřické kampaně – „výběrová údržba“, kterou bylo Zeměměřickým úřadem Praha zaměřeno v letech 1997 až 2006 celkem 3094 trigonometrických bodů technologií GPS, dále kampaň „zhušťování“, kterou katastrální úřady nově pomocí GPS zaměřily cca 30 tisíc zhušťovacích bodů. Výsledky všech těchto měření byly archivovány tak, aby bylo možné provést nové etapové vyrovnání, připojené na referenční body české sítě permanentních stanic CZEPOS, jejichž souřadnice budou známy v ETRS89. Novým vyrovnáním bude možné vytvořit zpřesněný souřadnicový systém S-JTSK/05 a stanovit exaktní matematický vztah mezi tímto systémem a stávajícím S-JTSK. Pro nové vyrovnání souborů GPS vektorů se danými kovariančními maticemi byl zvolen projekt svobodný software GNU Gama.

**Klíčová slova:** S-JTSK, vyrovnání, svobodný software

**Abstract.** Preparing of an adjustment of a new coordinate system S-JTSK/50. Since the beginning of the nineties, a formation of a unified reference frame for Europe has been in progress, under the International Association of Geodesy (IAG) umbrella. The Czech republic (the Czechoslovakia at that time) joined this project in 1991 when the first international campaign EUREF-CS/H-91 was launched. From 1996 two independent observation campaigns has been carried in the Czech republic resulting in 3094 trigonometric points with coordinates based on GPS technology and about 30 thousands of densification points. These observation results are going to be a subject of a new sequential adjustment based constrained to coordinates of the CZEPOS permanent stations with known coordinates in ETRS89. This new adjustment will lead to an improved coordinate system S-JTSK/05. For the adjustment of the given sets of GPS vectors with given variance-covariance matrices has been selected free software GNU Gama.

**Keywords:** S-JTSK, adjustment, free software

## 1 Úvod

Od počátku devadesátých let minulého století probíhá pod hlavičkou Mezinárodní geodetické asociace IAG tvorba jednotného Evropského polohového systému za použití technologií kosmické geodézie. ČR se do této aktivity zapojila v roce 1991, kdy proběhla první mezinárodní kampaň EUREF-CS/H-91, kdy bylo na území tehdejšího Československa zaměřeno 6 bodů v souřadnicovém systému ETRS89 technologií GPS (Globální polohový systém). V té době bylo také rozhodnuto, že na území ČR a SR budou touto technologií vybudovány zpřesněné polohové geodetické základy, plně integrované se základy evropskými. První varianta takového systému vznikla v ČR na základě čtyř dalších zhušťovacích GPS kampaní a transformací systému S-42/83 do systému ETRS89. Výsledná varianta řešení by však měla vzniknout na základě zaměření a zpracování nové sítě polohových bodů. Od roku 1996 probíhaly na území ČR dvě nezávislé měřické kampaně – „výběrová údržba“, kterou bylo Zeměměřickým úřadem Praha zaměřeno v letech 1997 až 2006 celkem 3094 trigonometrických bodů technologií GPS, dále kampaň „zhušťování“, kterou katastrální úřady nově pomocí GPS zaměřily cca 30 tis. zhušťovacích bodů. Výsledky všech těchto měření byly archivovány v databázové formě tak, aby bylo možné provést nové etapové vyrovnání, připojené na referenční body české sítě permanentních stanic CZEPOS, jejichž souřadnice budou známy v ETRS89. Novým vyrovnáním bude možné vytvořit zpřesněný souřadnicový systém S-JTSK/05 a stanovit exaktní matematický vztah mezi tímto systémem a stávajícím S-JTSK. Pro nové vyrovnání byl zvolen projekt GNU Gama, který je šířen pod licencí GPL. Vyrovnání prostorové sítě GPS vektorů je realizováno na elipsoidu, řešení řídké soustavy normálních rovnic je implementováno v paměťovém modelu minimalizujícím obrys matice.

## 2 GNU Gama

Projekt vyrovnání geodetických sítí Gama byl zahájen koncem devadesátých let. Inspirací pro jeho vznik byl systém Geodet/PC Františka Charamzy (VÚGTK 1990). Projekt Gama byl původně koncipován jako akademický projekt šířený pod licencí GPL, který by jednak demonstroval alternativní numerické metody vyrovnání geodetických měření, které minimalizují sumu vážených oprav bez nutnosti sestavení normálních rovnic, tj. řeší přímo tzv. rovnice oprav, dále pak jako projekt, který by umožňoval nezávislou kontrolu různých softwarů používaných pro vyrovnání geodetických měření. Projekt neměl být černou skříňkou, ale otevřeným projektem, který studentům a nejen jim, umožní studovat implementaci použitých numerických metod. Mimo to měl projekt Gama, který je napsán v jazyce C++, demonstrovat studentům možnosti objektového programování. Do práce na projektu byli od počátku zapojeni vybraní studenti oboru Geodézie a kartografie stavební fakulty ČVUT, ve výuce je projekt Gama využíván doposud (viz [5]).

V roce 2001 získal projekt Gama oficiální status GNU softwaru. Pro jeho získání bylo nutno splnit poměrně přísná kritéria projektu GNU, počínaje revizí zdrojových kódů, dokumentace a požadavků na standardní systém sestavení programu s využitím tzv. autotools (stručně řečeno, distribuovaný systém musí být konfigurovatelný pro různé platformy prostřednictvím standardního skriptu `configure`). Konečně slovo v otázce přijetí softwaru do projektu GNU má osobně vždy Richard Stallman. Získání oficiálního statusu GNU softwaru pro projekt Gama [4] znamenalo veškerou technickou podporu a zázemí projektu GNU, počínaje webovou adresou, CVS a FTP archivem.

### 2.1 Objekty typu měření a návrhový vzor acyklický návštěvník

Vyrovnání metodou nejmenších čtverců bylo v projektu Gama od počátku koncipováno tak, aby umožňovalo vyrovnání korelovaných měření, tj. měření s obecně nediagonální maticí. Měření jsou organizována do skupin (*clusters*) se společnou kovarianční maticí, která může být diagonální, nebo pásová. Pásová matice má nenulové členy soustředěny kolem hlavní diagonály, zbývající členy jsou nulové a neukládají se. Symetrická pásová kovarianční matice může být případně i plná. Příkladem pásová matice se šířkou pásu 1 je kovarianční matice úhlů, které vypočteme z měřených směrů s diagonální maticí vah, resp. kovariancí.

Objekty typu měření jsou vytvářeny dynamicky, objekty typu `cluster` obsahují vždy příslušnou kovarianční matici a seznam ukazatelů na objekty typu *měření*. Seznam měření tvoří seznam ukazatelů na *cluster*, každý `cluster` obsahuje ukazatel na seznam měření do kterého náleží, každý objekt typu měření obsahuje kromě dalších atributů ukazatel na *cluster* s jeho kovarianční maticí. Všechny uvedené objekty jsou definovány jako C++ šablony (templates).

Objekty typu měření jsou navrženy tak, aby byly co nejobecnější. Bázová třída `Observation` je definována jako šablona a obsahuje pouze následující atributy

- ukazatel na příslušný *cluster*
- index pod kterým je dané měření v *clusteru* uloženo

a dvě čistě virtuální metody

- `dimension()` definující *dimenzi* daného měření
- metodu `accept(ObservationVisitor*)`

Dimenze měření určuje, kolik rovnic oprav musíme definovat při linearizaci daného typu měření. Tradiční geodetická měření jako jsou směry a délky mají v tomto pojetí dimenzi 1, prostorové souřadnice a relativní vektory mají dimenzi 3.

V bázové třídě měření nejsou nijak definovány typy parametrů. Objekty typu měření jsou v definici matematického modelu vyrovnání na parametrech nezávislé (měřená prostorová délka je například nezávislá na souřadnicích, tj. na tom zda daný model pracuje s lokální kartézskou soustavou nebo souřadnicemi na elipsoidu). Aby bylo možno definovat polymorfní algoritmy, jako např. *linearizace měření* a další, pro takto obecně navržené objekty typu měření, byl v projektu Gama implementován návrhový vzor *návštěvník*, přesněji řečeno acyklický návštěvník (jestliže návrhový vzor návštěvník můžeme chápat jako výběr požadované polymorfní funkce z tabulky funkcí, pak analogií acyklického návštěvníka je výběr z funkce z řídké matice).

Ve zmíněném příkladu *linearizace měření* je návštěvníkem objektu typu měření objekt *Linearizace*, který je potomkem báze třídy *ObservationVisitor* a zároveň je odvozen od template tříd typu *Visitor* pro všechny implementované typy měření. Pro doplnění nového typu měření do daného matematického modelu, je tedy nutné pouze nadefinovat příslušné *visitor* a není nutné zasahovat do existujících funkcí modelů. Více viz například [8].

## 2.2 XML

Jak již bylo řečeno, byla původní verze projektu Gama inspirována vyrovnáním lokálních sítí Františka Charamzy a z pohledu uživatele tvořil celý projekt jediný program, který je dnes jeho součástí pod jménem *gama-local* (program pro vyrovnání lokálních volných sítí). Vstup dat byl definován v XML, výstup byl ale pouze v textové formě a víceméně kopíroval původní textový formát systému Geodet/PC se všemi výsledky vyrovnání a analýzami. Pro popis syntaxe vstupního XML formátu byl použit klasický systém DTD, který má dnes několik produktivnější alternativ, nutno ale připomenout, že v době kdy byl XML formát v projektu Gama implementován, bylo DTD jedinou možností. XML schema a další systémy vznikly až později.

Pro parserování XML dat používá Gama knihovnu *expat* Jamese Clarka. Tako knihovna není součástí projektu Gama, její zdrojové kódy verze 1.1 jsou ale distribuovány společně se zdrojovými kódy Gamy a v případě potřeby je lze přeložit a zařadit do knihovny *libgama*. Implicitně jsou ale programy projektu Gama sestavovány s externí knihovnou *expat*.

XML parser *expat* patří mezi parsery řízené událostmi, zpracovává sekvenční proud XML dat a nevytváří objektovou strukturu dokumentu. Pro zpracování XML vstupů je proto pro každý formát definovat tzv. *call back funkce* a implementace XML vstupů v *gamě* není z programátorského hlediska zcela snadná.

Časem se ukázalo, že výstup pouze v textové podobě je velmi omezující pro obecnější uplatnění. Do programu *gama-local* byla proto doplněna i možnost výstupů v XML formátu a byl doplněn další program pro konverzi tohoto formátu do původního textového formátu (*gama-local-xml2txt*).

V nové vývojové větvi pro vyrovnání prostorové sítě na elipsoidu, která je reprezentována programem *gama-g3* je již vstup i výstup výsledků vyrovnání definován výhradně v XML.

## 2.3 Numerické algoritmy vyrovnání MNČ

Metoda nejmenších čtverců (MNČ) je v projektu Gama popsána abstraktní báze třídy, která definuje čistě virtuální metody pro vektor neznámých parametrů, vektor residuí, sumu čtverců, defekt, váhové koeficienty a metody pro definici regularizace volných sítí (singulární soustavy). Od této abstraktní třídy jsou pak odvozeny template báze třídy pro vyrovnání v plných a řídkých maticích a od nich pak template třídy pro vyrovnání realizovaná jednotlivými numerickými metodami (SVD, algoritmus GSO, Choleskyho rozklad plné matice normálních rovnic a Choleskyho rozklad řídké matice normálních rovnic v paměťovém modelu ukládajícím pouze *obrys matice*, označovaném v projektu Gama jako obálka, resp. *envelope*).

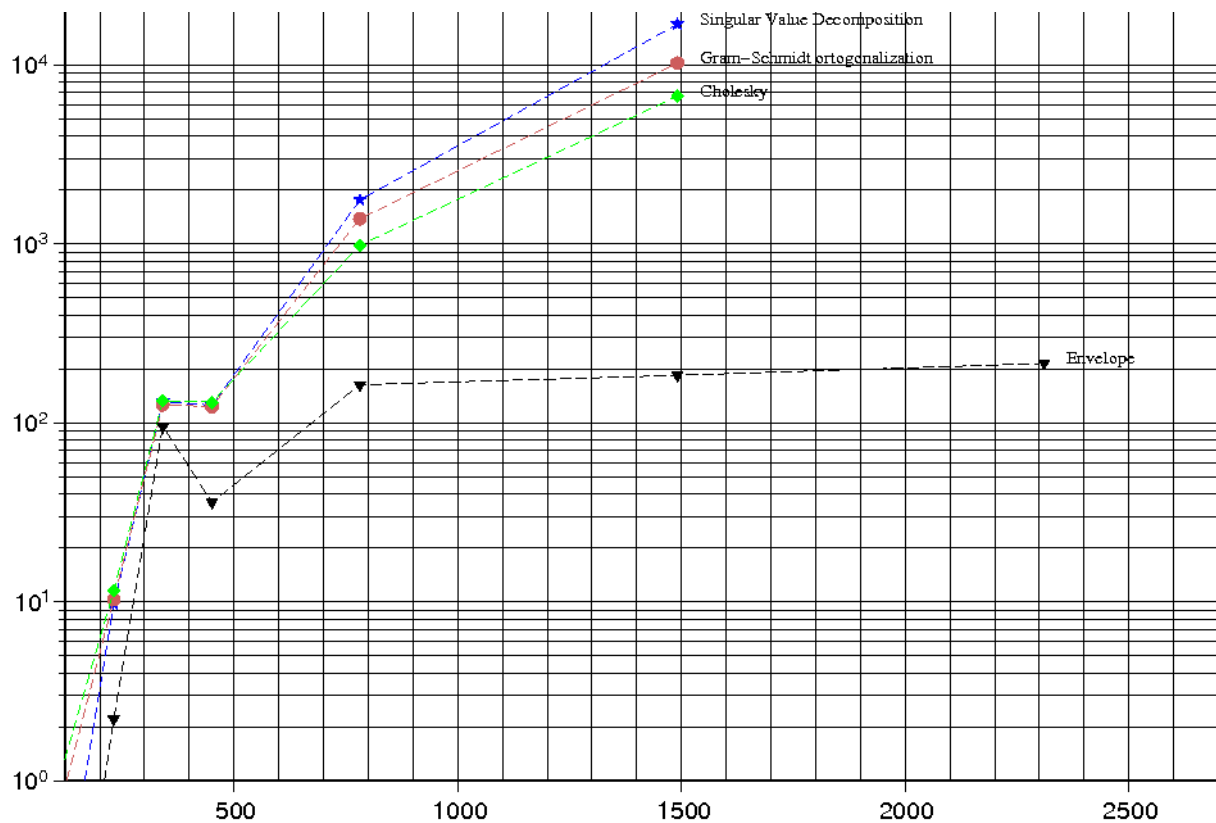
Pro výpočet vyrovnání byl původně jako základní metoda zvolen singulární rozklad (SVD). Jako alternativní algoritmus byl v projektu Gama k dispozici o algoritmus GSO Františka Charamzy. Jde o zobecněnou Gram-Schmidtovu ortogonalizaci blokové matice, která umožňuje přímé řešení rovnic oprav bez nutnosti sestavení *normálních rovnic* pro všechny základní úlohy vyrovnávacího počtu. Numerické algoritmy pro přímé řešení soustavy rovnic oprav (MNČ) jsou obecně numericky stabilnější než algoritmy, které řeší normální rovnice (*číslo podmíněnosti* matice normálních rovnic je kvadrátem čísla podmíněnosti matice soustavy rovnic oprav).

Protože algoritmus GSO byl původně zařazen pouze jako alternativní, resp. kontrolní, algoritmus byl implementován s výběrem *pivotních sloupců*, tj. v každém ortogonalizačním kroku je zvolen sloupec s největší euklidovskou normou. Čas řešení se tím pochopitelně prodloužil, bylo ale možno očekávat vyšší numerickou stabilitu řešení (jistá forma výběru pořadí ortogonalizovaných sloupců byla implementována v systému Geodet/PC, kde praktická zkušenost prokázala, že při výpočtu *volných sítí* může dynamická volba pořadí ortogonalizovaných sloupců výrazně zlepšit numerickou stabilitu). Zajímavým zjištěním bylo, že tato implementace algoritmu GSO nebyla výrazně pomalejší než SVD ani nevykazovala u známých lokálních geodetických sítí horší numerické výsledky.

Jestliže vyrovnání s plnými maticemi je použitelné pro běžné lokální geodetické sítě, pak pro větší úlohy je prakticky nepřijatelné. Matice rovnic oprav je v geodetických aplikacích téměř vždy řídká, obvykle je řídká i matice rovnic oprav.<sup>3</sup> Do projektu Gama proto byla doplněna jednoduchá metoda Choleskyho rozkladu řídké matice normálních rovnic s paměťovým modelem ve kterém se ukládá pouze *obrys matice (envelope)*. Tak jako u všech přímých metod řešení řídkých soustav, hledáme takové uspořádání neznámých parametrů, které minimalizuje *obrys/obálku matice*. V současnosti používá Gama tradiční algoritmus RCM.

Potřeba implementace numerického řešení MNC s využitím řídké matice normálních rovnic byla motivována především novou vývojovou větví vyrovnání prostorové sítě na elipsoidu, program *gama-g3*. Implementace *obálky (envelope)* byla testována na sbírce klasických volných sítí, testovacích datech i na jiných projektech.

Vyrovnání řídké matice normálních rovnic bylo ověřeno při výpočtu tzv. kombinovaného hlazení v projektu nerigorozní kombinace geodetických technik VLBI, GPS, SLR a Doris, které poskytují nezávislé parametry rotace Země a souřadnice stanic [10]. Projekt Gama byl použit při výpočtu vyrovnání sjednocení kvazigeoidů [5], obrázek 1 uvádí nárůst časové náročnosti v závislosti na počtu neznámých pro různé numerické algoritmy implementované v projektu Gama (jde pouze o ilustrační a relativně malý příklad, trend chování algoritmů je ale zřejmý).



Obr. 1. Příklad časů řešení v sekundách v závislosti na počtu neznámých parametrů.

## 2.4 Závěr

Projekt GNU Gama byl zvolen pro vyrovnání sítě GPS vektorů pro zpřesnění souřadnicového systému S-JTSK/05 protože jde o projekt s otevřeným zdrojovým kódem, který umožňuje vyrovnání měřených vektorů s danou kovarianční maticí a poskytuje zároveň řešení s využitím řídké struktury matice soustavy normálních rovnic. V současnosti bylo vyrovnání ověřeno pouze na předběžných testovacích datech a zároveň na několika jiných menších projektech.

<sup>3</sup> Pro testování MNC byl v projektu zařazen i algoritmus Choleskyho rozkladu plné matice normálních rovnic

Souřadnicový systém S-JTSK je základním geodetickým systémem České republiky využívaným ve státní i privátní sféře ale i v různých aplikacích GIS. ETRF89 je evropský souřadnicový systém pro aplikace GNSS technologie. První z autorů tohoto článku je autorem přímé transformace mezi systémy ETRF89 a S-JTSK se směrodatnou odchylkou (rms) menší než 5 cm v poloze a 10 cm ve výšce. Jan Kostelecký zveřejnil své řešení pod obecnou GNU licenci GPL. Zdrojové kódy transformace byly zařazeny jako samostatná větev projektu GNU Gama a jsou v souladu s licencí GPL přístupné pro studijní, vědecké a další nekomerční účely. Výpočet transformace je přístupný též jako webová aplikace [9].

## Reference

1. Annual Report 2006. Czech Office for Surveying, Mapping and Cadastre (Český úřad zeměměřický a katastrální), Published by Český úřad zeměměřický a katastrální v roce 2007, Printed by Zeměměřický úřad, ISBN 978-80-86918-42-6, 34 pp.
2. Aleš Čepek. The GNU Gama project - adjustment of geodetic networks. Acta Polytechnica, Czech Technical University in Prague, 42(3):26-30, 2002.
3. Aleš Čepek and Jan Pytel. A Progress Report on Numerical Solutions of Least Squares Adjustment in GNU Project Gama. Acta Polytechnica, Czech Technical University in Prague, 45(1):12-18, 2005
4. Aleš Čepek. GNU Gama, <http://www.gnu.org/software/gama/>
5. Petr Kadlec. Sjednocení kvazigeoidů na různých územích. Diplomová práce magisterského studia. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební, studijní obor Geodezie a kartografie, prosinec 2007
6. Jan Kostelecký, Jan Pytel. Modern Geodetic Control in the Czech Republic based on the Densification of EUREF Network. In *The Olympic Sirit in Surveying (FIG Working Week)*. International Federation of Surveyors, May 22 - 27, Athens, Greece 2004.
7. Jan Pytel. GNU Gama – package for adjustment of free geodetic network. In *International symposium GIS Ostrava 2004, Mobile and Internet Technologies*. VSB-TU of Ostrava 2004
8. Jan Pytel. GNU Gama – Data Structures – Object Model (Acyclic Visitor). In *International symposium GIS Ostrava 2004, Mobile and Internet Technologies*. VSB-TU of Ostrava 2004
9. Jan Pytel, Jiří Pospíšil, Aleš Čepek. Implementation of a general web application program interface for geoinformatics. In *XXIII International FIG Congress*. International Federation of Surveyors, October 8-13, Munich, Germany 2006. ISBN 87/90907-52-3
10. Vojtěch Štefka, Ivan Pešek. Implementation of the Vondrak's Smoothing in the Combination of Results of Different Space Geodesy Techniques, Acta Geodyn. Geomater., Vol. 4, No. 4 (148), 1-4, 2007