

INFORMAČNÝ EFEKT A EFEKT NOSITEĽA INFORMÁCIE V PROCESSE ODHADOV ZÁSOB LOŽÍSK NERASTNÝCH SUROVÍN

Ladislav VIZI¹

¹ Ústav geovied, Fakulta BERG, Technická univerzita v Košiciach, Park Komenského 15, 042 00, Košice,
Slovensko
ladislav.vizi@tuke.sk

Abstrakt

Dôležitou úlohou v banskej praxi v rámci selektívnej ťažby ložísk úžitkových nerastov je odhad vyťažiteľných zásob na základe dostupných informácií z prieskumu. Samotná selektívna ťažba sa vzťahuje k veľkostiam ťažobných jednotiek na základe banského projektu. Tieto ťažobné jednotky podliehajú selektívnemu výberu a rozhodnutiu o ich zaslaní do úpravne, na skládku alebo na haldu podľa určitej bilančnej (hraničnej, okrajovej, medznej) podmienky, v geoštatistickej praxi označovaná ako cut-off. Predkladaný príspevok sa zaoberá hlavnými problémami v procese odhadov zásob ložísk úžitkových nerastov. Prvý problém vyplýva zo skutočnosti, že každý odhad je robený na základe dostupných informácií (napr. vrtné jadrá) a selektivita prebieha na základe projektovaných ťažobných jednotiek (bloky), pričom je zrejmé, že veľkosť objemu dostupných údajov v porovnaní s objemom odhadovaných ťažobných jednotiek, na základe ktorých sa robí výber medzi rudou a jalovinou, bude diametrálne odlišný. Problém teda vyplýva zo skutočnosti, že rozdielne objemy majú za následok aj rozdiel v distribúcii v priestorovom ako aj štatistickom zmysle. Tento problém je v geoštatistickej praxi označovaný ako tzv. support efekt (efekt nositeľa informácií). S predchádzajúcim problémom úzko súvisí aj problém informačnej úrovne v čase odhadov počas jednotlivých prieskumov a v čase samotnej ťažby, kedy sa zvyšuje počet dostupných údajov napr. z rozpojovacích vrto, mapovaní čelby pri podzemnej ťažbe alebo etáže v povrchovom lome. V geoštatistickej praxi je tento problém označovaný ako tzv. informačný efekt. Posledným problémom je, že výsledná ťažba sa realizuje na odhadovaných hodnotách tonáže a priemerného obsahu suroviny blokov a nie na skutočných hodnotách, čo má za následok možnú chybnú klasifikáciu medzi úžitkovou zložkou mineralizácie a jalovinou, a tým aj určitú fluktuáciu vsádzky do úpravne.

Kľúčová slova: rozptyl odhadu, support efekt, informačný efekt.

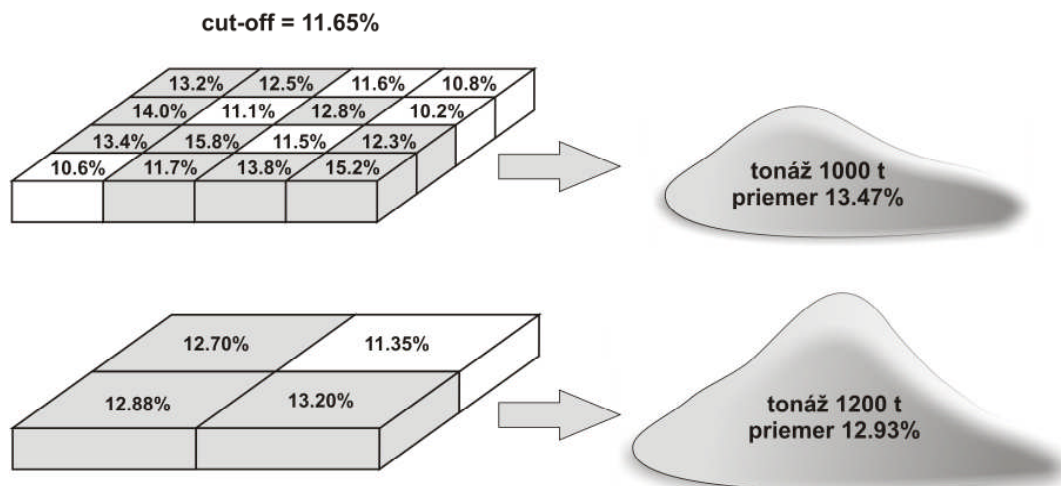
Abstract

Information effect and support effect in process of recoverable reserves estimation of mineral deposits. Important task of mining practise in scope of selective exploration of mineral deposits is to estimate the recoverable reserves from available survey information. Selective mining relates to the small mining units (SMU) in accordance with the mining project. These SMUs undergo the selective process and choice between ore sent to the mill or waste sent to the dump in accordance with a balanced condition, well known in geostatistical practise as cut-off. The presented paper deals with the main problems of estimation of recoverable reserve. The first one regards to the support effect following the fact that the support of the available data (for instance core samples) is different from the one of estimated SMUs (blocks). That means their distribution will be different both in spatial and statistical sense. Another problem is very close to the previous one – co-called information effect results from different information level during estimation (drillholes) and in time of mining (blastholes). The last problem follows the fact that the final selection and discrimination between ore and waste is made on true values and not the estimated ones what results in fluctuation of ore sending to the mill.

Keywords: estimation variance, support effect, information effect.

1 ÚVOD

Vnútorne atribúty a študované premenné zrudnenia ložísk úžitkových nerastov sa vždy vyznačujú určitým stupňom priestorovej variability v rámci ložiska. Z dôvodu tejto variability nemôže byť ložisko ako také vyťažené kompletne bez určitej selekcie. Táto selekcia je definovaná na základe určitého množstva a kvality vyťažiteľných zásob, ktoré spĺňajú určité podmienky rentability ťažby. V praxi je zriedka možné vyťažiť celý in situ zdroj zrudnenia, či už z rôznych technologických dôvodov ako je hĺbka uloženia ložiska alebo jeho prístupnosť, alebo z ekonomických ako sú ťažobné náklady, náklady na úpravu a iné. Definícia vyťažiteľných zásob je teda úzko spojená s ekonomickými a technologickými podmienkami ťažby: trhovú cenu komodity, ťažobná metóda, dostupnosť zásob, náklady na úpravu a spracovanie a iné. Ťažba ložísk nerastných surovín je v podstate proces selekcie medzi úžitkovou zložkou (rudou) a jalovinou. Hranicu tejto selekcie určuje bilančná podmienka, tzv. *cut-off*, ktorá je definovaná na základe určitých ekonomických a technologických podmienok ťažby na danom ložisku. Táto bilančná podmienka však nie je konštantou, ale podlieha zmene vplyvom meniacich sa ekonomických zmien cien úžitkovej zložky na trhu komodít alebo technických a technologických zmien podmienok ťažby a úpravy. Vzhľadom k tejto skutočnosti sú v praxi odhady vyťažiteľných zásob realizované pre celú sériu bilančných podmienok. Na základe výsledkov takýchto odhadov sú vytvorené tzv. *krivky kovnatost'-tonáž* alebo tiež krivky selektivity, ktoré umožňujú pružne reagovať na rôzne zmeny vplyvajúce na produkciu banskej prevádzky. Dôležitým faktom však ostáva, že proces selekcie pre akékoľvek dané *cut-off* je vykonávaný na určitom objeme, ktorý spätne vplyva na schopnosť procesu selekcie byť v súlade s daným kritériom selektivity čo má za následok rozdiel vo výslednej vyťažiteľnosti ložiska [1]. Tento objem sa vzťahuje k veľkostiam ťažobných jednotiek na základe banského projektu plánu prípravy, otvárký a ťažby ložiska alebo jeho časti. Tieto ťažobné jednotky podliehajú selektívnemu výberu a rozhodnutiu o ich zaslaní do úpravne, na medziskládku alebo na haldu podľa určitej bilančnej podmienky vyplývajúcej z predbežnej ekonomickej štúdie banského projektu. Tento koncept je veľmi schematicky demonštrovaný na Obr. 1, kde predpokladáme minimálny obsah úžitkovej zložky 11.65% a porovnanie vyťažiteľnosti rudy na základe selekcie malých 100 tonových blokov a veľkých 400 tonových panelov. Je jednoznačne zrejme, že v prípade veľkých panelov získavame vyššiu tonáž avšak s nižším priemerom v porovnaní v malými blokmi, kde produktivita ťažby je nižšia, ale s vyšším priemerom. Tento jednoduchý príklad ilustruje všeobecný koncept selektívnej ťažby ložísk úžitkových nerastov, ale v žiadnom prípade nedemonštruje komplexnosť celého procesu selektivity, ktorý zahŕňa aj obrovské množstvo technických a ekonomických faktorov: ťažobná metóda, optimalizácia a výber bilančnej podmienky v čase ťažby, spôsob ťažby a veľkosť ťažobných jednotiek na ktorých sa robí rozhodnutie medzi rudou a jalovinou, schopnosť definovať a predvídať zmenu bilančnej podmienky ťažby ako aj citlivosť jej zmeny na ekonomické a technické faktory ťažby, geotechnické podmienky ťažby a iné. Všetky tieto faktory sú extrémne variabilné, od jedného ložiska k druhému a zahŕňajú aj také oblasti, ako sú sociálne podmienky, politická situácia, infraštruktúra a ďalšie [12].



Obr. 1. Vplyv veľkosti selektívnych jednotiek na množstvo a priemer vyťažených zásob (upravené podľa 5)

2 ZÁKLADNÁ TERMINOLÓGIA A DEFINÍCIA SUPPORTU

Najzávažnejšou skutočnosťou, ktorá vplýva na výsledky odhadov zásob ložísk nerastných surovín je, že v procese selekcie medzi rudou a jalovinou pracujeme na úrovni blokov a nie dostupných vzoriek. V banskej praxi nie sú odhady robené na sieti bodov ako v prípade mapovania priestorovej distribúcie regionalizovaného fenoménu, ale na sieti či už pravidelných či nepravidelných blokov, ktorých rozmiestnenie a veľkosť vyplýva z banského projektu [6]. Samotný odhad vyťažiteľných zásob v rámci selektívnej ťažby ložísk nerastných surovín je v praxi robený na základe dostupných informácií, väčšinou vo forme analýz vrtných jadier alebo zásekových vzoriek. Odhady sú vykonávané pre veľkosti projektovaných ťažobných jednotiek (blokov), ktoré rozdeľujú ložisko na určitý konečný počet N diskretných jednotiek podliehajúcich selektívnemu výberu a rozhodnutiu o ich finálnej destinácii (úprava, skládka, halda). Cieľom procesu odhadov vyťažiteľných zásob je teda odhadnúť priemerné hodnoty sledovaných parametrov pre objem týchto blokov na základe dostupných údajov z prieskumu. Problémom však je, že dostupné údaje reprezentujú priemerné hodnoty diametrálne odlišných objemov okolo pol m^3 (jadrá) ako sú objemy blokov o tisícoch m^3 , pre ktoré sú odhadované priemerné hodnoty. Je potrebné si uvedomiť, že aj v prípade veľkého počtu vstupných údajov tieto tvoria len nepatrný podiel z celkového objemu študovaného zrudnenia, pričom bude platiť:

$$D \gg z(\mathbf{x}), \quad (1)$$

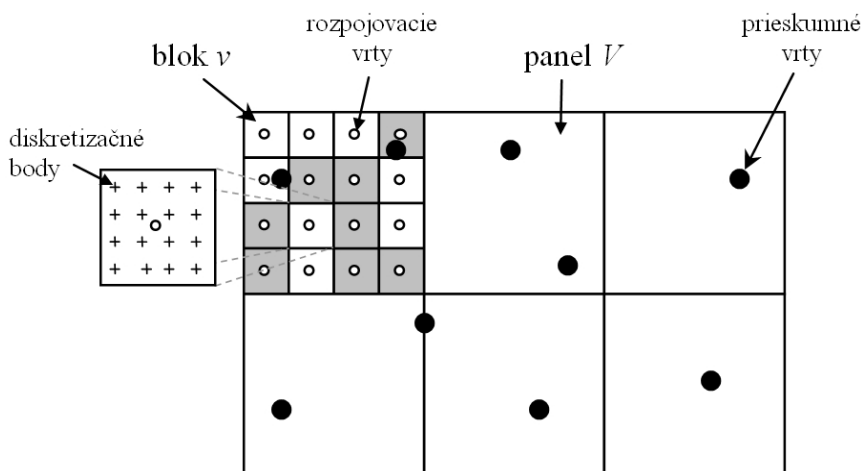
kde „ D “ reprezentuje celkový objem ložiskového telesa, resp. jeho študovanej časti. „ $z(\mathbf{x})$ “ reprezentuje priemernú hodnotu vzorky. V praxi je objem dostupnej vzorky vzhľadom k objemu odhadovaných blokov alebo objemu celého ložiska redukovaný na bod \mathbf{x} .

Ak označíme „ v “ ako objem ťažiteľnej jednotky (blok), potom bude pre N blokov rozdeľujúcich ložisko na N diskretných jednotiek platiť nasledovné:

$$\sum_{i=1}^N v_i \cong D. \quad (2)$$

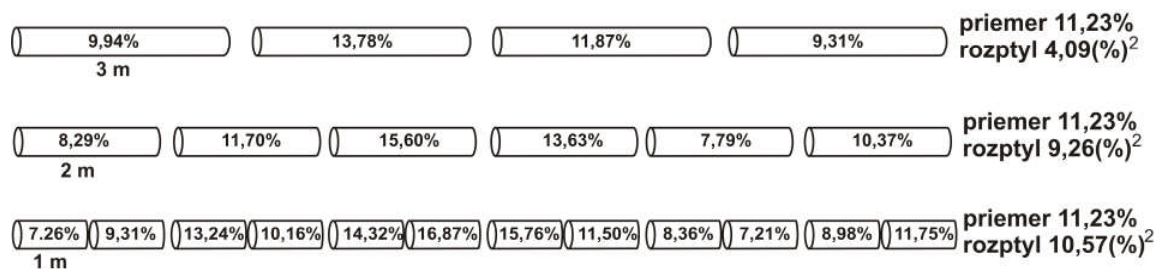
V praxi je vzhľadom k rozmiestneniu dostupných údajov nemožné priamo odhadnúť hodnoty blokov, ale sú odhadované priemerné hodnoty oveľa väčších jednotiek, ktoré rozdeľujú ložisko na J panelov $V > v$ (Obr. 2) [4]. Pre J panelov V_j ; $j = 1, \dots, J$; každý obsahujúci K blokov $v_k \in V_j$; $k = 1, \dots, K$; bude platiť:

$$\sum_{i=1}^N v_i = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K v_{jk} = \sum_{j=1}^J V_j \cong D. \quad (3)$$



Obr. 2. Teoretická ložisková oblasť známa z prieskumných vrtov a rozdelená na panely V a bloky v .

Veľkosti nositeľov informácie, s ktorými v rámci hodnotenia ložísk úžitkových nerastov pracujeme (vzorky, bloky, panely), sa v geoštatistickej terminológii označujú jednotne ako „support“. Support v geoštatistických aplikáciách predstavuje n-rozmerný objem, ktorý reprezentuje priemernú hodnotu študovanej regionalizovanej premennej. Úplná špecifikácia supportu obsahuje tvar, veľkosť a orientáciu daného objemu [10]. Tvar a orientácia sú v banských aplikáciách dané na základe vrtných vzoriek, priebehu vrtu, veľkosti a orientácii ťažobných jednotiek atď. Veľkosť supportu je daná veľkosťou pozorovania regionalizovanej premennej (vzorky) a výsledného odhadu (bloky). To znamená, že veľkosť supportu môže reprezentovať celú študovanú oblasť D (prípade odhadu globálneho priemeru) alebo sa môže zredukovať na nekonečne malý objem, čiže bod x . Ako už bolo uvedené, v praktických banských aplikáciách odhadov zásob sú dostupné údaje vzhľadom k svojej veľkosti, tvaru a objemu v porovnaní s odhadovanými blokmi redukované na bodový support [8]. Vzorky korešpondujú s informáciami na určitej škále pozorovania, tzv. support, pričom každá táto informácia získaná z určitej vzorky reprezentuje priemernú hodnotu merania celého objemu vzorky. V prípade, že sa tento objem vzorky zmení, zmení sa aj variabilita analyzovaných hodnôt. To znamená, že medzi rozptylom dostupných informácií a supportom existuje určitý nepriamy vzťah – so zvyšovaním supportu a bude znižovať rozptyl. Tento intuitívny koncept je známy ako vzťah medzi objemom a variáciou z ktorého vyplýva, že *rozptyl je funkciou supportu*. Na Obr. 3 je zobrazený jednoduchý príklad na ktorom bolo 12 metrové jadro rozdelené a analyzované na 3, 2 a 1 metrových segmentoch. Z tohto príkladu je zrejmé, že priemerná hodnota jednotlivých analýz sa so zmenou veľkosti segmentu nemení. Avšak variabilita týchto hodnôt sa výrazne zvyšuje so znižovaním veľkosti segmentu predstavujúceho veľkosť nositeľa informácie – supportu.



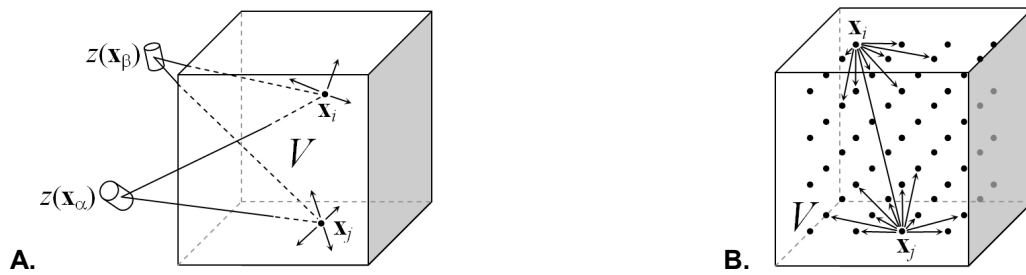
Obr. 3. Vplyv zmeny veľkosti nositeľa informácie priemerných hodnôt (supportu) na hodnotu experimentálneho rozptylu týchto priemerných hodnôt.

3 ROZPTYL CHYBY ODHADU

Výsledky použitia akejkoľvek metódy odhadu je zaťažený určitou chybou, ktorá pochádza zo skutočnosti, že výsledný odhad z^* sa bude líšiť od skutočnej hodnoty z – v opačnom prípade by sme nehovorili o odhade. Neexistuje metóda, ktorá by umožnila určiť chybu odhadu, ale geoštatistické metódy umožňujú vyhodnotiť rozptyl tejto chyby [2]. Vo vyjadrení funkcie variogramu je možné tento rozptyl chyby odhadu vyjadriť nasledovne:

$$\sigma_E^2 = 2\bar{\gamma}(z, V) - \bar{\gamma}(z, z) - \bar{\gamma}(V). \quad (4)$$

Výraz $\bar{\gamma}(z, V)$ reprezentuje priemerný variogram medzi každým bodom v rámci bloku so supportom V a vzorkami z (Obr. 4 A.). Výraz $\bar{\gamma}(V)$ reprezentuje varianciu bloku V , t.j. priemerný variogram medzi všetkými bodmi v rámci supportu V . Obe tieto výrazy sú odhadnuté na základe variogramu odvodeného zo bodového supportu vzoriek a diskretizácie spojitého priestoru supportu V na súbor pravidelne rozmiestnených bodov (Obr. 2 a Obr. 4 B.). $\bar{\gamma}(z, z)$ reprezentuje priemerný variogram medzi dostupnými vzorkami na základe dostupného modelu variogramu.



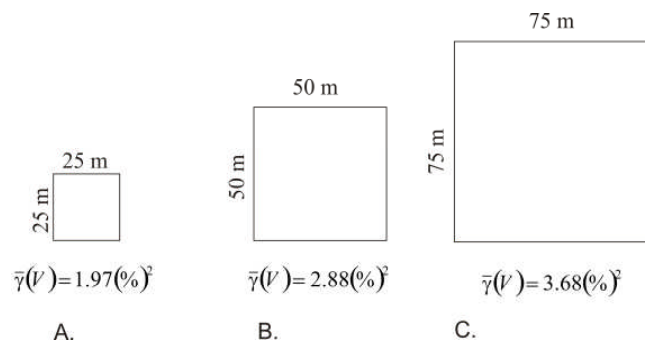
Obr. 4. Princíp výpočtu výrazov $\bar{\gamma}(z, V)$ a $\bar{\gamma}(V)$.

Nakoľko je v praxi výsledný odhad robený pre určitý počet dostupných údajov z prieskumu, ktorý je redukovaný na tzv. okolie odhadu [13], môžeme rozptyl chyby odhadu vyjadriť vo forme lineárnej kombinácie nasledovne:

$$\sigma_E^2(\mathbf{x}_0) = 2 \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{x}_0)} \omega_{\alpha} \bar{\gamma}(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}_0) - \sum_{\alpha=1}^{n(\mathbf{x}_0)} \sum_{\beta=1}^{n(\mathbf{x}_0)} \omega_{\alpha} \omega_{\beta} \gamma(\mathbf{x}_{\alpha}, \mathbf{x}_{\beta}) - \bar{\gamma}(V), \quad (5)$$

kde \mathbf{x}_0 je pozícia v centre odhadovaného objemu a \mathbf{x}_{α} , \mathbf{x}_{β} sú pozície dostupných údajov z obsiahnutých v rámci účinného okolia odhadu centrovaného v \mathbf{x}_0 .

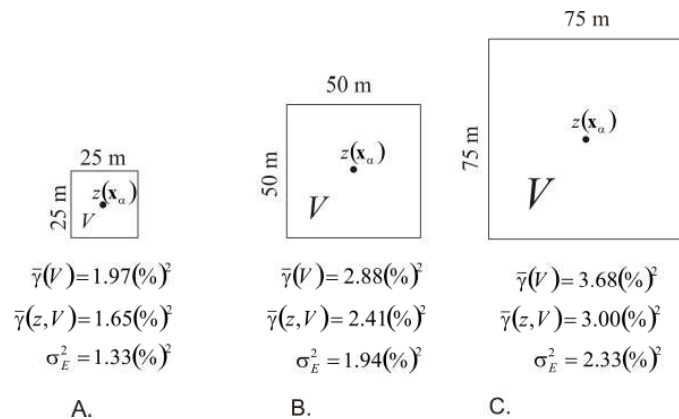
Z vyššie uvedeného vyplýva intuitívny koncept odhadu, pričom jeho kvalita je funkciou nasledujúcich faktov. Keďže funkcia variogramu $\gamma(\mathbf{h})$ je funkcia stúpajúca so vzdialenosťou \mathbf{h} , potom so zvyšovaním supportu odhadovaného bloku V bude hodnota $\bar{\gamma}(V)$ stúpať a rozptyl chyby odhadu σ_E^2 bude klesať. To znamená, že ak vzdialenosť medzi V a z ostáva nemenná, potom bude odhad priemernej hodnoty veľkého bloku presnejší ako odhad neznámej hodnoty bodového supportu. Na Obr. 5 je zobrazený príklad zmeny hodnoty $\bar{\gamma}(V)$ so supportom bloku pre model variogramu s hodnotou nuggetového efektu $1(\%)^2$ a jednou sférickou štruktúrou s prahom $5(\%)^2$ a dosahom vplyvu 100 m.



Obr. 5. Porovnanie hodnôt výrazu $\bar{\gamma}(V)$ pre rôzne supporty V .

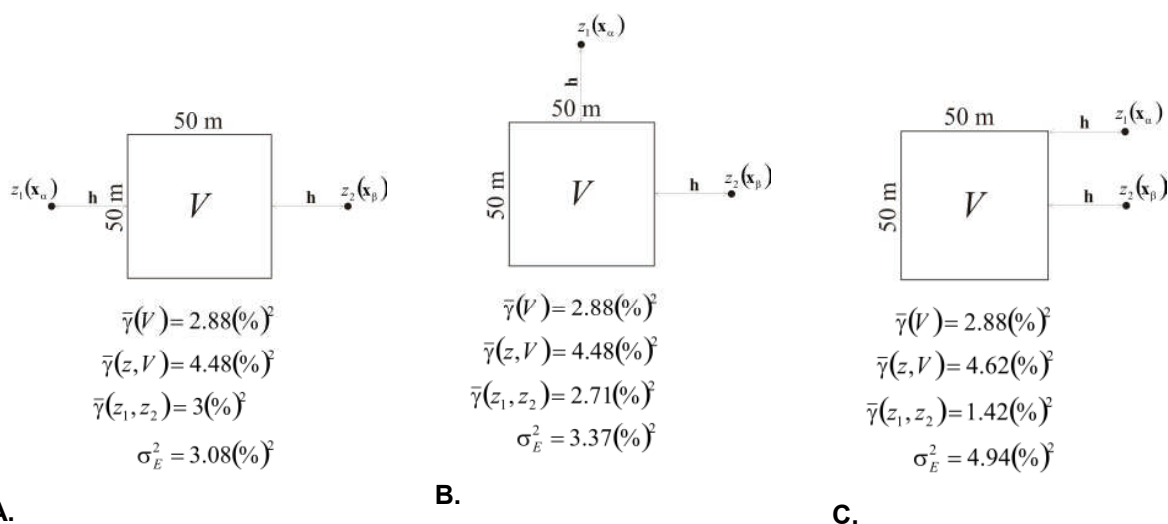
V dôsledku uvedeného je zrejmé, že ak stúpa vzdialenosť medzi V a z , potom bude stúpať aj $\bar{\gamma}(z, V)$ a tým aj rozptyl chyby odhadu σ_E^2 . To taktiež súvisí so supportom odhadovaného bloku. Vezmime si príklad na Obr. 6 s rovnakým modelom variogramu ako bol popísaný vyššie. Predpokladajme, že tento blok V centrováný na bode \mathbf{x}_0 bude odhadnutý na základe hodnoty jednej vzorky $z(\mathbf{x}_{\alpha})$ umiestnenej uprostred bloku, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_{\alpha}$. Na Obr. 6 sú zobrazené výsledky odhadu $\bar{\gamma}(z, V)$ a výsledného rozptylu chyby odhadu priemernej hodnoty bloku V . Je zrejmé, že so stúpajúcim supportom bloku V bude tiež narastať

vzdialenosť medzi centrálnym bodom smerom k okrajom bloku a tým aj výraz $\bar{\gamma}(z, V)$. Napriek tomu, že so zväčšujúcim sa supportom bloku V narastá aj výraz $\bar{\gamma}(V)$ bude sa v konečnom dôsledku výsledný rozptyl chyby odhadu na základe extenzie hodnoty vzorky zväčšovať so supportom odhadovaného bloku. V prípade, že sú hodnoty vzoriek v zoskupení blízko seba, bude vzdialenosť medzi nimi malá a tým aj hodnota $\bar{\gamma}(z, z)$ sa bude znižovať a v dôsledku toho sa bude zvyšovať rozptyl chyby odhadu σ_E^2 . To znamená, že rozptyl chyby odhadu bude závisieť na konfigurácii dostupných údajov z .



Obr. 6. Porovnanie hodnôt výrazu $\bar{\gamma}(z, V)$ a výsledného rozptylu odhadu σ_E^2 priemerných hodnôt rôznych supportov na základe extenzie hodnoty jednej centrálnej vzorky $z(\mathbf{x}_\alpha)$.

Na Obr. 7 je uvedený príklad porovnania troch rôznych konfigurácií údajov použitých na odhad bloku V a príslušné rozptyly odhadov pre model variogramu uvedenom vyššie. Nakoľko sa veľkosť bloku nemení, hodnota výrazu $\bar{\gamma}(V)$ ostáva nezmenená. Hodnota priemerného variogramu medzi vzorkami $\bar{\gamma}(z, z)$ sa znižuje úmerne so znižovaním sa vzdialenosti medzi nimi. Naopak hodnota rozptylu chyby odhadu σ_E^2 priemernej hodnoty bloku V sa zvyšuje, čo je spôsobené „tínením sa“ vzoriek navzájom a znižovaním informačnej úrovne na základe ich zoskupovania. Je na mieste si všimnúť zhodnú hodnotu výrazu $\bar{\gamma}(z, V)$ v prípade konfigurácie A. a B., čo je spôsobené izotopickým modelom variogramu.



Obr. 7. Porovnanie vplyvu konfigurácie dostupných informácií na jednotlivé výrazy výpočtu rozptylu chyby odhadu.

4 DISPERZNÝ ROZPTYL A KRIGEHO ADITÍVNY VZŤAH

Na základe predchádzajúcich kapitol je jednoznačne zrejmé, že rozdielne supporty majú za následok rozdiel v rozptyloch priemerných hodnôt meraných na týchto supportoch. Disperzný rozptyl umožňuje rozšíriť a zovšeobecniť koncept rozptylu týchto priemerných hodnôt rôznych supportov (vrtné jadrá, bloky, panely, sektory, ložisková poloha, ...) s ktorými pracujeme v rámci odhadov zásob ložísk úžitkových nerastov.

Predpokladajme súbor j panelov s určitým identickým supportom, V_j , každý rozdelený na N malých blokov, každý so supportom v_i . Disperzný rozptyl je odvodený na základe predpokladu, že experimentálne rozptyly priemerných hodnôt blokov v_i v rámci panelu V , $s^2(v_i, V)$ je len čiastočnou regionalizovanou realizáciou náhodnej funkcie $S^2(v_i, V)$, pričom na základe hypotéz stacionarity bude očakávaná stredná hodnota tejto náhodnej funkcie daná nasledovne:

$$D^2(v, V) = E[S^2(v_i, V)] = E\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (Z(v_i) - Z(V))^2\right] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E[(Z(v_i) - Z(V))^2]. \quad (6)$$

Napríklad, podľa Obr. 2 bude disperzný rozptyl hodnôt 1 m vrtných jadier spriemernených na 3 m rovný $6.62 (\%)^2$, zatiaľ čo disperzný rozptyl hodnôt 1 m vrtných jadier spriemernených na 4 m bude rovný $3.82 (\%)^2$.

Nakoľko náhodná funkcia $S^2(v_i, V)$ ako aj jej čiastočná realizácia $s^2(v_i, V)$ závisia na polohe v priestore, bude na základe hypotéz stacionarity závisieť disperzný rozptyl $D^2(v, V)$ len na supporte blokov v a panelov V a ich vzájomnom variograme [9]:

$$D^2(v, V) = \bar{\gamma}(V) - \bar{\gamma}(v). \quad (7)$$

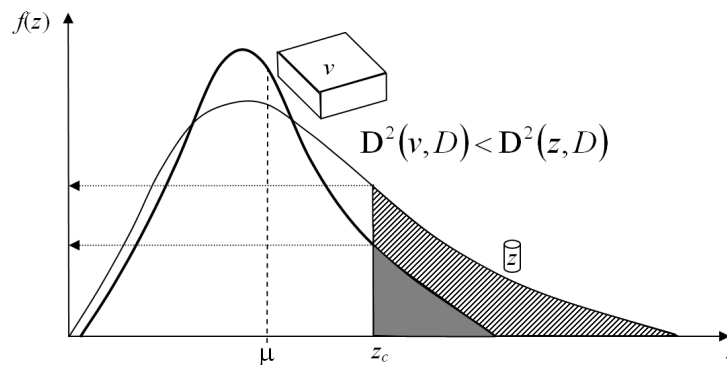
Vyššie uvedený vzťah (7) je možné zovšeobecniť do tzv. *Krigeho aditívneho vzťahu*, ktorý vyjadruje celkový disperzný rozptyl priemerných hodnôt blokov v rámci ložiska ako sumu disperzného rozptylu priemerných hodnôt blokov v rámci príslušných panelov a disperzného rozptylu priemerných hodnôt panelov v rámci celého ložiska:

$$D^2(v, D) = D^2(v, V) + D^2(V, D) \quad \text{ak} \quad v \subset V \subset D. \quad (8)$$

Zo vzťahu (8), ktorý v konečnom dôsledku zovšeobecňuje disperzný rozptyl na „troj-supportový“ problém (blok, panel, ložisko), je zrejmé, že $D^2(v, D) > D^2(V, D)$ ak $v \subset V$.

Ako bolo uvedené v kapitole 2 a demonštrované na Obr. 3, je zrejmé, že ak vzťah (8) rozšírime na bodový support dostupných údajov, bude platiť, že $D^2(z, D) > D^2(v, D)$ (Obr. 8). To znamená, že v prípade odhadu prevádzkových premenných (tonáž, kovnosť a priemer) pre dané cut-off z_c na základe dostupných údajov z prieskumu, alebo ak pre odhad priemerných hodnôt blokov použijeme metódy ako polygómová či najbližšieho suseda budú výsledné odhady výrazne nadhodnotené. Dôvodom je, že šrafovaná oblasť na Obr. 8 zodpovedá podielu distribúcie hodnôt vzoriek nad dané cut-off z_c a vzhľadom k tomu, že support vzoriek je podstatne menší ako support blokov, bude tento podiel výrazne väčší ako podiel distribúcie hodnôt blokov (sivá oblasť na Obr. 8).

Ako bolo uvedené v kapitole 3, so znižovaním odhadovaného supportu v pomere k rozmiestneniu dostupných údajov sa zvyšuje rozptyl chyby odhadu, preto v praktických aplikáciách je možné $D^2(v, D)$ odvodiť na základe (7) alebo (8) za predpokladu stacionarity a reprezentatívneho modelu typu distribučnej funkcie dostupných údajov [11].



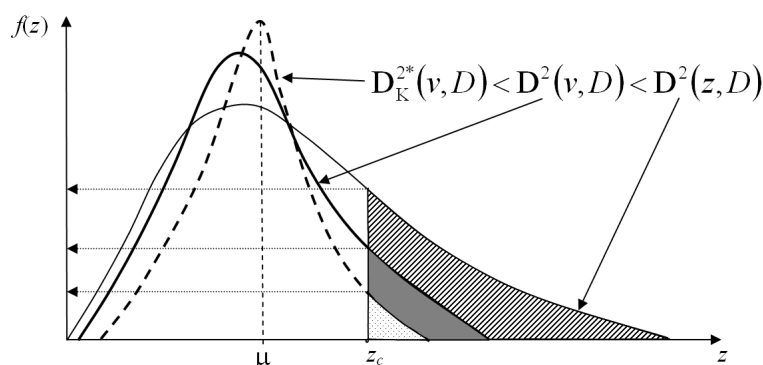
Obr. 8. Porovnanie distribúcie hodnôt vzoriek z a priemerných hodnôt blokov v v rámci ložiska D .

5 VPLYV VYHLADZOVACIEHO EFEKTU KRIGOVANIA

Krigovanie je modelovo založená interpolačná metóda, ktorá používa model variogramu pre odhad optimálnych váh lineárnej kombinácie dostupných údajov pre odhad neznámej hodnoty. Na rozdiel od deterministických metód je krigovanie schopné odhadnúť nie len neznámu hodnotu v bode, ale aj priemernú hodnotu nebodových supportov. Na základe tejto skutočnosti je zrejmé, že vyhladzovací účinok krigovania vyplýva zo skutočnosti, že samotné spriemňovanie menších supportov do väčších má vplyv na variabilitu hodnôt. Ak je pre odhad priemerných hodnôt blokov použité krigovanie, potom disperzné rozptyly $D^2(v, D)$ a $D_K^{2*}(v^*, D)$ skutočných (neznámych) a odhadovaných priemerných hodnôt blokov sú v nasledujúcom vzájomnom vzťahu [3]:

$$D^2(v, D) = D_K^{2*}(v, D) + \left[\overline{\sigma_{Kv}^{2*}} - \sigma_{\mu}^{2*} \right], \quad (9)$$

kde $\overline{\sigma_{Kv}^{2*}}$ je priemerná hodnota krigovacieho rozptylu $\sigma_{Kv_i}^{2*}$ odhadovaných blokov v_i a σ_{μ}^{2*} predstavuje rozptyl odhadu priemernej hodnoty v rámci účinného okolia odhadu. Z vyjadrenia (9) vyplýva, že $D_K^{2*}(v, D) < D^2(v, D)$, čo znamená, že disperzný rozptyl krigovania je vyhladenejší v porovnaní so skutočným. Úroveň tohto vyhladenia je spojená s $\overline{\sigma_{Kv}^{2*}}$ a teda s kvalitou odhadu. Pretože $\left[\overline{\sigma_{Kv}^{2*}} - \sigma_{\mu}^{2*} \right]$ je vždy kladná hodnota bude sa so znižovaním kvality odhadu znižovať rozsah odhadnutých hodnôt, ktoré sa budú sústreďovať okolo priemernej hodnoty odhadov. Tým sa znižuje rozptyl experimentálneho histogramu rozdelenia početností odhadov, čo má vážne následky v prípade odhadu podielu populácie nad vyššie hodnoty cut-off z_c , ktoré v skutočnosti existujú, ale na základe nekvalitných odhadov ich nie je možné určiť. Hrubá a prerušovaná krivka na Obr. 9 môžu byť identické len v prípade ak $\sigma_{Kv_i}^{2*} = 0$.



Obr. 9. Porovnanie distribúcie skutočných a odhadnutých priemerných hodnôt blokov v v rámci ložiska D .

6 INFORMAČNÝ EFEKT

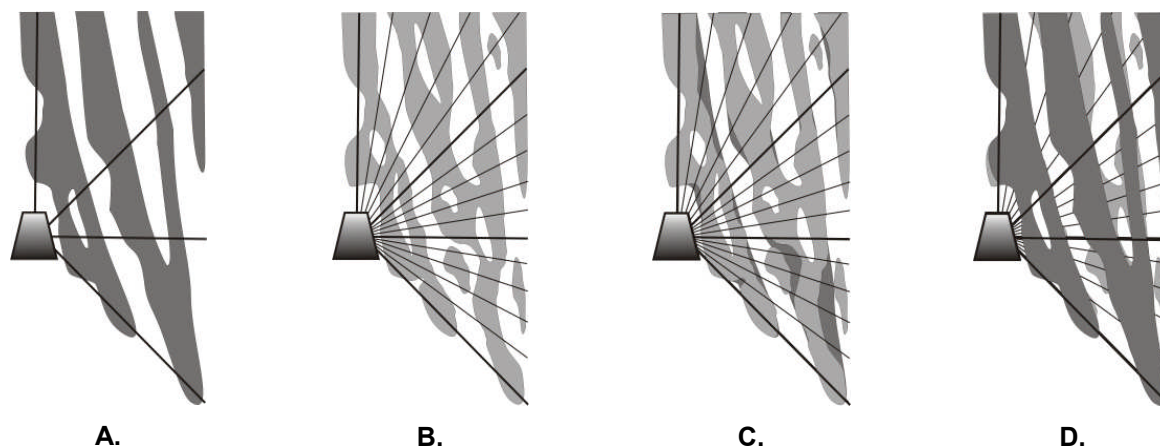
Plánovanie otvárky, prípravy, ťažby a ďalších banských činností je založené na blokových modeloch. Ziskovosť banského projektu je však podmienená efektívnymi výsledkami selekčného prístupu v budúcnosti. To znamená, že pri odhadoch vyťažiteľných zásob musíme byť schopný predpovedať správanie sa kriviek selektivity korešpondujúce s odhadmi založenými na budúcich údajov dostupných z etapy ťažobného prieskumu. V čase plánovania otvárky a ťažby ložiska alebo jeho časti sú k dispozícii len údaje z prieskumu, ktoré majú vo všeobecnosti menšiu informačnú váhu ako údaje z denno-denného prieskumu počas samotnej ťažby ako sú údaje z čelby, rozpojovacích vrtov a pod. To znamená, že plánovaná ťažba je založená na odhadoch z_v^* . Označme odhady na základe budúcich informácií ako z_v^{**} . Ako bolo uvedené, v čase plánovania je k dispozícii len histogram odhadov z_v^* , nie však histogram odhadov z_v^{**} , ktorý sa bude vzhľadom k vyššej informačnej úrovni v čase ťažby odlišovať a bude presnejší ako histogram odhadov z_v^* . V praxi je teda v čase plánovania dostupný len disperzný rozptyl vzoriek $D^2(z, D)$ a odhadov priemerných hodnôt blokov $D_K^{2*}(v, D)$. Histogramu hodnôt z_v^{**} je možné odvodiť na základe výpočtu priemerného rozptylu krigovania $\bar{\sigma}_{Kv}^{2*}$. Nakoľko rozptyl krigovania a teda aj $\bar{\sigma}_{Kv}^{2*}$ nezávisí na skutočných hodnotách, je možné ho odhadnúť na základe daného modelu variogramu a známej konfigurácie budúcich údajov, napríklad z plánovanej pozície rozpojovacích vrtov. Následne je možné na základe vyhladzovacieho efektu (9) aproximovať rozptyl disperzie $D_K^{2**}(v, D)$ nasledovne [5]:

$$D_K^{2**}(v, D) = D_K^{2*}(v, D) + \left[\bar{\sigma}_{Kv}^{2*} - \bar{\sigma}_{Kv}^{2**} \right], \quad (10)$$

Priebeh frekvenčnej funkcie distribúcia odhadov priemerných hodnôt blokov na základe budúcich informácií bude medzi hrubou a prerušovanou čiarou na Obr. 9.

Výsledný odhad budúcej distribúcie priemerných hodnôt blokov má zmysel len v prípade, ak sa rozptyly $\bar{\sigma}_{Kv}^{2*}$ a $\bar{\sigma}_{Kv}^{2**}$ nebudú príliš odlišovať a ich relatívne rozdiel bude nižší ako 20%.

Každý odhad a výsledný model, bez ohľadu na to akým spôsobom je získaný či už na základe matematických, štatistických metód alebo ručným kontúrovaním, poskytuje určitú predstavu reality v jej vyhladenejšej a upravenejšej, menej detailnej podobe. Úroveň tohto vyhladenia reality je funkciou množstva, umiestnenia a supportu dostupných údajov, ako aj samotnej inherentnej variability študovaného zrudnenia alebo akéhokoľvek iného regionalizovaného fenoménu. Na Obr. 10 je zobrazený ilustratívny príklad odhadu hraníc zrudnenia na vertikálnom reze. Obr. 10 A. ukazuje odhad hraníc zrudnenia na základe prieskumných podzemných vrtov vo forme vrtného vejáru. Obr. 10 B. rovnaký odhad na základe prieskumných vrtov plus údajov z rozpojovacích vrtov. Rozdiel medzi obrázkami je zjavný. Obr. 10 B. vykazuje vyššiu variabilitu, čo má výrazný vplyv na následných rozhodnutiach ohľadom ťažby a ďalších aktivít s ňou súvisiacich. Je zrejmé, že v prípade použitia jedného typu prieskumu, povedzme z Obr. 10 A., ale pre odlišné supporty vzoriek, budú interpretácie rozdielne v závislosti na analyzovaných dĺžkach vrtných jadier. Netreba ani pripomínať, že do takejto interpretácie vstupuje aj subjektívny prístup, čo znamená že rôzni interpretátori vytvoria rôzne výsledky interpretácie hraníc zrudnenia, za predpokladu, že budú pracovať nezávisle od seba. Na Obr. 10 C. je zobrazené prekrytie hraníc zrudnenia interpretovaných na základe prieskumných vrtov hranicami zrudnenia interpretovanými na základe prieskumných aj rozpojovacích vrtov. Viditeľné tmavšie oblasti zodpovedajú znečisteniu rudy, čiže oblasti s jalovinou chybné klasifikovanou ako ruda na základe odhadov. Podobne, viditeľné svetlosivé oblasti na Obr. 10 D. je reprezentujú stratu rudy, čiže rudu chybné klasifikovanú ako jalovina. Tento príklad ilustruje odchýlky od reality, ktoré sú funkciami množstva dostupných informácií. Jediná praktická analógia vyplývajúca z tohto príkladu je spätné retrospektíva, ktorá je niekedy dostupná po ťažbe.



Obr. 10 – Rozdiel v tvare a umiestnení interpretovaných hraníc zrudnenia na základe rozdielného počtu dostupných informácií (**A.**, **B.**) a vplyv tohto informačného efektu na znečistenie rudy (**C.**), resp. straty na ťaženej rude (**D.**) (upravené podľa 5).

Z predchádzajúceho vyplýva, že informačný efekt kvantifikuje chybnú klasifikáciu medzi rudou a jalovinou v závislosti od množstva dostupných informácií použitých na odhad zásob v zmysle rozmiestnenia týchto informácií v čase produkcie. Informačný efekt sa odráža na zmene rozptylov disperzii odhadov hodnôt blokov na základe rôznych úrovni dostupnosti informácií, v porovnaní s rozptylom disperzie skutočných hodnôt blokov. To znamená, že pre jeho kvantifikáciu je potrebné zameniť výraz $D_K^{2*}(v, D)$ vo vyjadrení (9) výrazom $D_K^{2**}(v, D)$ podľa (10). Je zrejmé, že so stúpajúcim množstvom dostupných informácií bude rozptyl výsledného odhadu klesať na základe čoho bude $D_K^{2**}(v, D)$ stúpať a blížitiť sa k rozptylu disperzie skutočných hodnôt $D(v, D)$ [5].

7 ZÁVER

Z dôvodu variácie kvality rudy v rámci ložiskového zrudnenia spolu s variabilnými ekonomickými a technologickými podmienkami ťažby a úpravy nemôže byť ložisko vyťažené v celku bez určitej selekcie, teda výberu medzi rudou a jalovinou. Základom celého procesu selekcie je odhadnúť celkové dostupné množstvo zdrojov a určitú tonáž vyťažiteľných zásob s požadovanou kvalitou spĺňajúcu určitú podmienku ekonomickej návratnosti banského projektu. Diskriminácia medzi rudou a jalovinou sa vykonáva na základe blokov podľa ich odhadnutých priemerných a nie skutočných hodnôt. Tieto bloky zodpovedajú základným selekčným jednotkám, ktoré predstavujú minimálny objem extrahovaný v rámci technologických podmienok plánovanej ťažobnej metódy. V čase hodnotenia ekonomickeho potenciálu banského projektu je potrebné predpovedať tonáž a kvalitu podielu celkových zdrojov, ktoré môžu byť vyťažené ako ruda pre viaceré možné ekonomické a technologické scenáre [14]. Najčastejšie používaným rozhodovacím nástrojom sú tzv. krivky selektivity, ktoré sa vzťahujú k tonáži vyťažiteľnej rudy a jej kvalite pre sériu cut-off podmienok. Jedným z najdôležitejších prínosov geoštatistiky je, že krivky selektivity závisia na supporte blokov a kvalite odhadu použitého pre selekčný proces týchto blokov [7]. Nakoľko sú však odhady odlišné od skutočných hodnôt je potrebné použiť pre odhad podmienene nevychýleného odhadcu, ktorým je krigovanie [6]. Vo všeobecnosti, údaje dostupné v čase plánovania neumožňujú korektné odhady s dostatočnou presnosťou na úrovni blokov, ale len na úrovni panelov z dôvodu rozmiestnenia údajov z prieskumu. Napriek tomu, že krivky selektivity pre support panelov sú relatívne bezpredmetné pre potreby krátkodobého plánovania ťažby malých blokov, nakoľko nie je možné presne lokalizovať bloky, ktoré budú vyťažené a ktoré nie, poskytujú podklad pre selekciu cieľovej oblasti. Tieto krivky poskytujú odhady podielu malých blokov v rámci veľkých panelov nad určité cut-off, ktorých budúce odhady budú podmienené súčasnými odhadmi panelov na základe dostupných údajov.

Pod'akovanie

Príspevok bol vypracovaný na základe podpory vedeckej grantovej agentúry VEGA projektu č. 1/0222/08 „Aplikácia geoštatistických nástrojov pre multivariačnú analýzu a integráciu dát regionalizovaných premenných“ riešeného na Fakulte BERG, TU v Košiciach

LITERATURA

1. APPLEYARD, G., R., 2001: Mineral resource and ore reserve estimation – An overview and outline. In *Mineral Resource and ore reserve Estimation – The AusIMM Guide to good practice*. Monograph 23. Pp. 3 – 12. Eduards, A., C. (Ed.). AIMM. Australia. 2001. ISBN: 978-1-875776-80-1.
2. BUXTON, E., B., 1984: Estimation Variance of global recoverable reserves estimates. In *Geostatistics for Natural Resources Characterization*. Part 1, 165 – 183. Verly, G., David, M., Journel, A., G. and Marechal, A. (Eds.). D. Reidel Publishing Company. Netherland. 1984. ISBN 90-277-1746-X.
3. DAVID, M., MARCOTE, M., SOULIÉ, M., 1984: Conditional bias in kriging and a suggested correction. In *Geostatistics for Natural Resources Characterization*. Part 1, Pp. 217 – 230. Verly, G., David, M., Journel, A., G. and Marechal, A. (Eds.). D. Reidel Publishing Company. Netherland. 1984. ISBN 90-277-1746-X.
4. DERAISME, J., RIVOIRARD, J., CARRASCO, P., 2008: Multivariate uniform conditioning and block simulations with discrete Gaussian model: Application to Chuquicamata deposit. In *Geostat 2008 – VIII International Geostatistics Congress*. Ortiz, J., M., Emery, X. (Eds.) 1 – 5 December, 2008. Santiago, Chile.
5. DOWD, P., A., 2004D: *MINE5240 Selection and Recoverability*. MSc. in Mineral Resources and Environmental Geostatistics. University of Leeds, Leeds. 2004. U.K.
6. FROIDEVAUX, R., 1984: Precision of estimation of recoverable reserves: The notion of conditional estimation variance. In *Geostatistics for Natural Resources Characterization*. Part 1, Pp. 141 – 164. Verly, G., David, M., Journel, A., G. and Marechal, A. (Eds.). D. Reidel Publishing Company. Netherlands. 1984. ISBN 90-277-1746-X.
7. GLACKEN, I., M., 1996: Change of support and use of economic parameters for block selection. In *Geostatistics Wollongong '96*. Vol. 2. Pp. 811 – 821. Baafi, E., Y., Schofield, N., A. (Eds.). Kluwer Academic Publishers. Netherlands. 1997. ISBN 978-0-7923-4496-4.
8. JOURNEL, A., G., HUIJBREGTS, CH., J., 1978: *Mining Geostatistics*. Academic Press, Inc, London, LTD. ISBN 0-12-391050-1.
9. MATHERON, G., 1985: Change of support for diffusion-type random functions. *Mathematical geology*. Vol. 17, No. 2, 1985.
10. OLEA, R., A., 1991: *Geostatistical glossary and multilingual dictionary*. Oxford University Press. 1991. ISBN 0-19-506689-8.
11. RIVOIRARD, J., 1994: *Introduction to Disjunctive Kriging and Non-Linear Geostatistics*. Oxford University Press. 1994. ISBN 0-19-87418-4.
12. TORRIES, T., F., 1998: *Evaluating Mineral Projects: Application and Misconceptions*. Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. U.S.A., 1984. ISBN 0-87335-159-2.
13. VIZI, L., HLÁSNY, T., 2007b: Výber účinného okolia odhadu a jeho vplyv na výsledok priestorovej interpolácie. In *Acta Montanistica Slovaca*. Roč. 12, č. 3, 2008. ISSN 1335-1788.
14. VIZI, L., 2008B: A case study on uniform conditioning of local recoverable reserves estimation for Jelšava magnesite deposit - level 220. In *GeoScience Engineering*. Vol. 54, No. 1, 2008. ISSN 1802-5420.