Algoritmizace prostorových úloh

Vektorová data

Daniela Szturcová

Prostorová data

Geoobjekt – entita definovaná v prostoru.

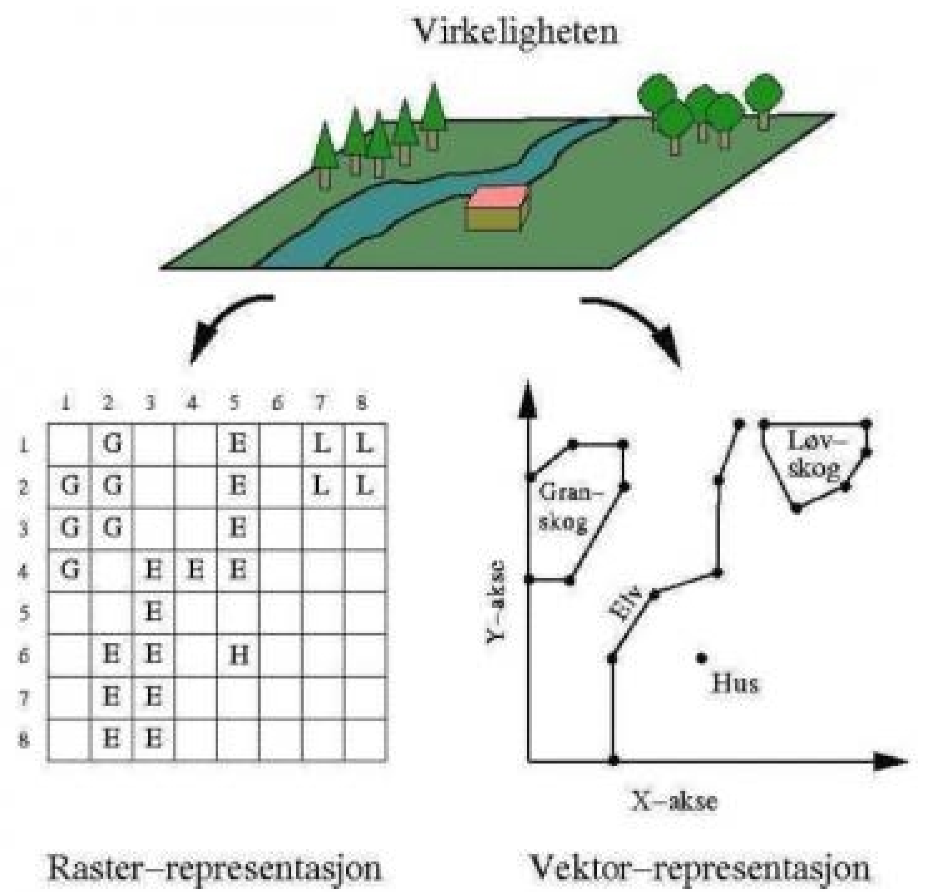
Znalost jeho

- identifikace,
- lokalizace – umístění v prostoru,
- vlastností – vlastních (atributy), vztahových.

Reprezentace geobjektu – určuje typ úloh, které s nimi dále bude možné provádět.

Prostorový referenční systém – abstraktní model reality.

Vektor x Raster



Zdroj: http://ndla.no/nb/node/27054

Vektor

Vektorový model používá pro reprezentaci geodat složky:

- prostorovou – geometrie,
- popisnou – atributy (reprezentace pomocí DT),
- topologickou – v případech topologického rozšíření.

Vektory – geometrická složka

Tři základní geometrie:

- bod – 0D,
- linie (čára) – 1D,
- polygon (region, area) – 2D.

Omezíme se na 2D prostor.

Výpočetní geometrie

Zabývá se řešením geometrických úloh častých v geoinformatice, poskytuje nástroje a postupy pro jejich rešení v dimenzích podle charakteru dat (2D/3D).

- Nalézt konvexní obálku – nejmenší polygon nad zadanou množinou bodů – zametací křivka,
- průnik – vyhledat průniky geometrických složek,
- průsečík – vyhledat průsečk geometrií (bodů, linií a polygonů),
- vyhledávání:
  - geometricky – bod ležící v polygonu,
  - nejkratší/nejlevnější cesta po síti,
- tvorba Voronoi diagramů – prostor se rozdělí do podoblastí, které mají stejnou vzdálenost od centra (bodové i plošné),
- triangulace – vytvořit síť trojúhelníků nad zadanou oblastí.

Operace nad vektory

Predikátové operace

- equal(), disjoint()
- intersects(), touch(), crosses(),
- within(), contains(), overlaps(), relate()

Analytické funkce

- distance(), buffer(), convexHull(), intersection(),
- union(), difference()

Predikátové operace

Chápeme je jako Booleovskou funkci.

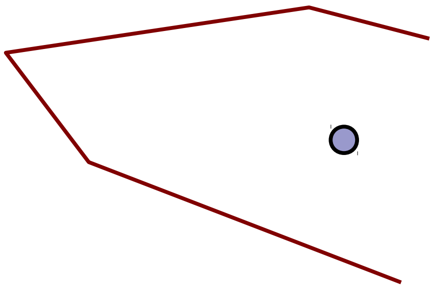
Návratová hodnota:

- TRUE – případ, kdy vyhodnocení testu proběhlo úspěšně,
- FALSE – případ, kdy nelze určit, zda existuje definovaný vztah mezi dvojicí geometrií.

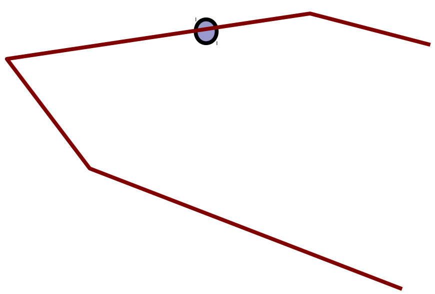
Predikátové operace

Příklad:

disjoint(point, linie)=TRUE



disjoint(point, linie)= FALSE



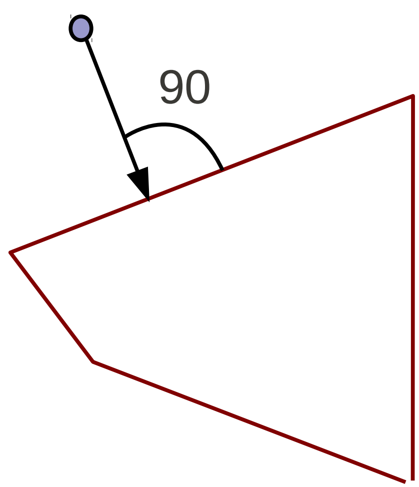
Analytické funkce

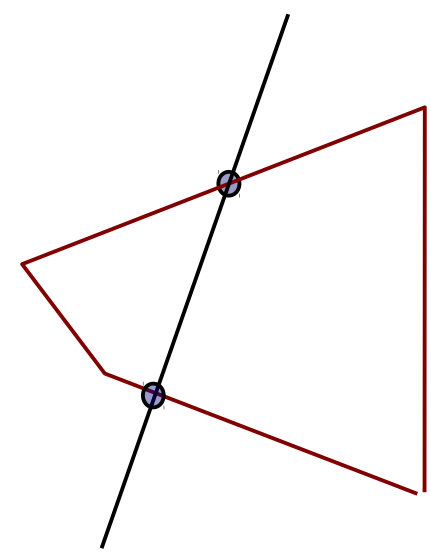
Vrací hodnotu jako výsledek prostorového vztahu. Ten je dán dvojicí geometrií, které vstupují jako parametry funkce.

- distance (vzdálenost) – návratová hodnota je číselná (double precision), představuje prostor, který odděluje dvě geometrie.
- intersection (průsečík) – vrací geometrii jako výsledek kombinace dvou geometrií.

Analytické funkce

- distance(point, polygon)
- intersection(linie, polygon)





Výpočetní geometrie

Složitější algoritmy v GIS se skládají z mnoha jednoduchých algoritmů.

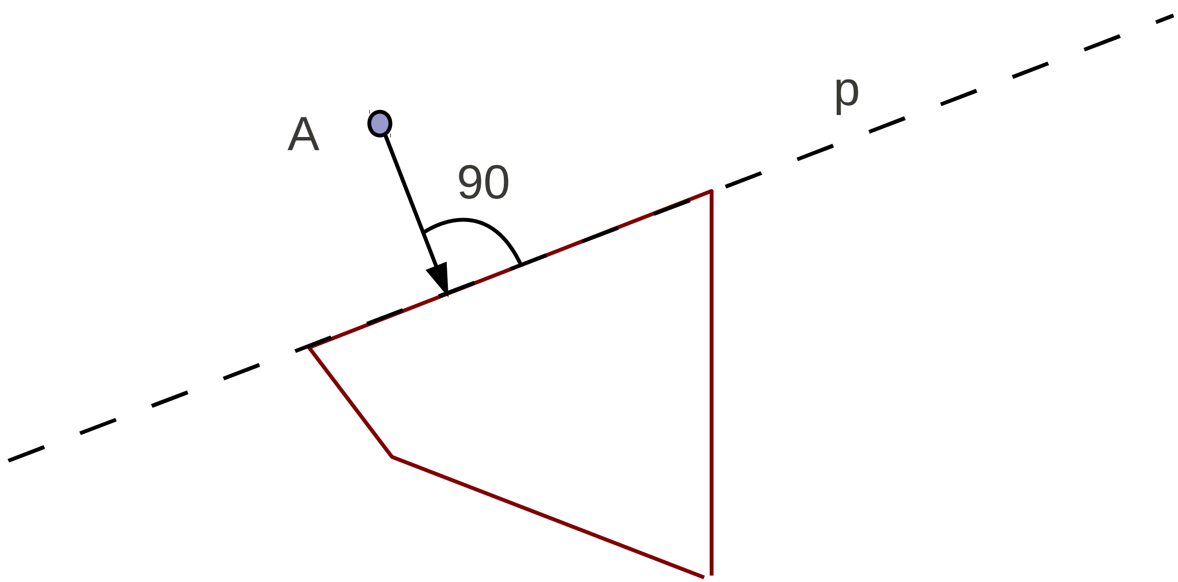
“Jednoduché” algoritmy představuje obor výpočetní geometrie, kde se zkoumá zlepšení algoritmů z pohledu složitosti.

- Výpočet vzdálenosti bodu od přímky,
- průsečík přímek,
- hledání bodu v polygonu, ...

Vzdálenost bodu od přímky

Zadání:
Najděte nejmenší vzdálenost d bodu A od přímky p. Hledáme tedy $distance(A, p)$.
Řešení:
Připomeneme si analytické vzorce v eukleidovské rovině.
Označíme-li souřadnice bodu $A = [x_A, y_A]$,
a přímku p určíme body $P1$ a $P2$, kde $P1 = [x_1, y_1]$ a $P2 = [x_2, y_2]$,
pak vzorec pro vzdálenost bodu A od přímky p bude vypadat takto:

$$distance(A, p) = \frac{x_A(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y_A) + x_2(y_A - y_1)}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}$$



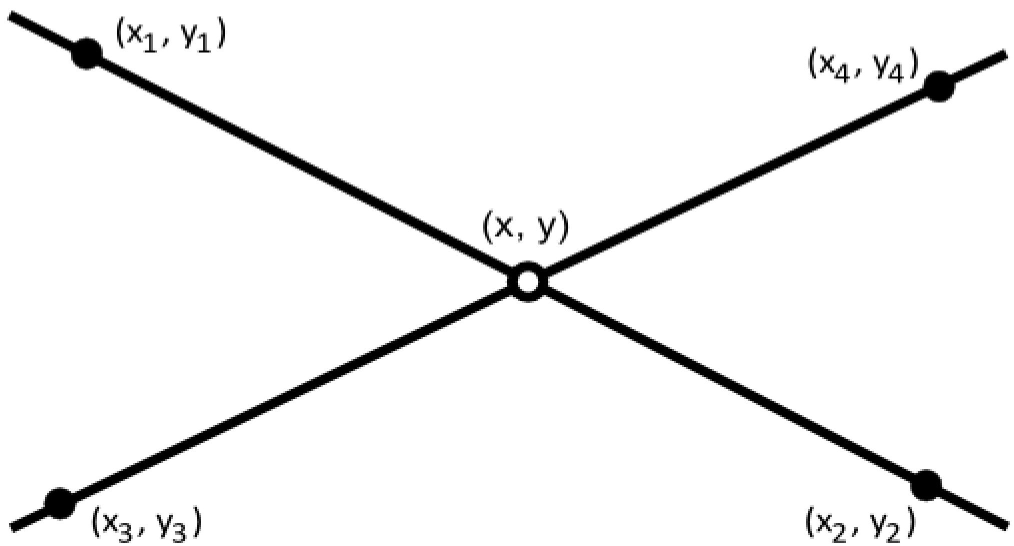
Průsečík linií

Průsečík linií lze považovat za kritickou operaci v GIS. Je použita

- v překryvných operacích,
- při spojování polygonů a linií, i při jejich rozkládání,
- v operacích bod v polygonu,
- při odstraňování mezer mezi polygony.

Průsečík úseček

Zadání: Hledáme bod $P = [x; y]$, který je průsečíkem dvou úseček u a v, kde
u je dána body $P1 = [x_1, y_1]$ a $P2 = [x_2, y_2]$
v je dána body $P3 = [x_3, y_3]$ a $P4 = [x_4, y_4]$



Obrázek převzat z http://en.wikipedia.org/wiki/Line%E2%80%93line_intersection

Průsečík úseček

Rovnice pro přímku:
$y = a + bx$
kde a je svislý posun, b je sklon.
Máme-li dva body na přímce p dány takto $P1 = [x_1, y_1]$ a $P2 = [x_2, y_2]$,
pak sklon po dosazení hodnot dvou bodů vypočteme podle vzorce

$$b = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Do rovnice přímky dosadíme b

$$y = a + \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} x$$

a hodnotu a získáme dosazením hodnot libovolného zadaného bodu.
Poté zpětně dopočteme hodnotu b.
Tím jsme schopni získat konkrétní hodnoty sklonu a posunu pro dano přímku.

Průsečík úseček – příklad

Postup hledání průsečíku si ukážeme na příkladu s konkrétními hodnotami.
Máme dány dvě úsečky u, v, kde
u je dána body $P1 = [0; 3]$ a $P2 = [3; 0]$
v je dána body $P3 = [3; 2]$ a $P4 = [1; 0]$
Použijeme rovnici přímky
$y = a + bx$
a vypočteme si a a b pro obě úsečky.
Pro u bude platit:

$$b = \frac{3 - 0}{0 - 3} = -1$$

dosadíme pro bod $P1 = [0; 3]$

$$3 = a - 1.0$$

a získáme rovnici pro úsečku u: $y = 3 - x$.
Stejný postup použijeme pro úsečku v a její rovnice bude mít tvar $y = -1 + x$.

Průsečík úseček – příklad

Vypočteme soustavu dvou rovnic

$$y = 3 - x$$

$$y = -1 + x$$

a dostaneme hodnoty pro bod P.

$$3 - x = -1 + x$$

$$4 = 2x$$

$$2 = x$$

dosadíme

$$y = 3 - 2$$

$$y = 1$$

pak $\boxed{P = [2; 1].}$

Topologické vazby – bod

Topologické vazby – prostorové vztahy mezi geoobjekty

- bod – bod: vzdálenost, nejbližší bod k danému bodu (distance),
- bod – linie: leží/neleží na linii, bod je/není vrcholem linie, nejbližší bod k dané linii, ...
- bod – polygon: leží/neleží v polygonu (contains).

Topologické vazby – linie

Topologické vazby linie – linie:

- křížení – linie protíná/neprotíná jinou linii (crosses),
- linie má/nemá s jinou linií společný koncový bod (návaznost).

Topologické vazby linie – polygon:

- linie protíná polygon,
- linie je obsažena v polygonu, ...

Topologické vazby – polygon

Topologické vazby polygon – polygon:

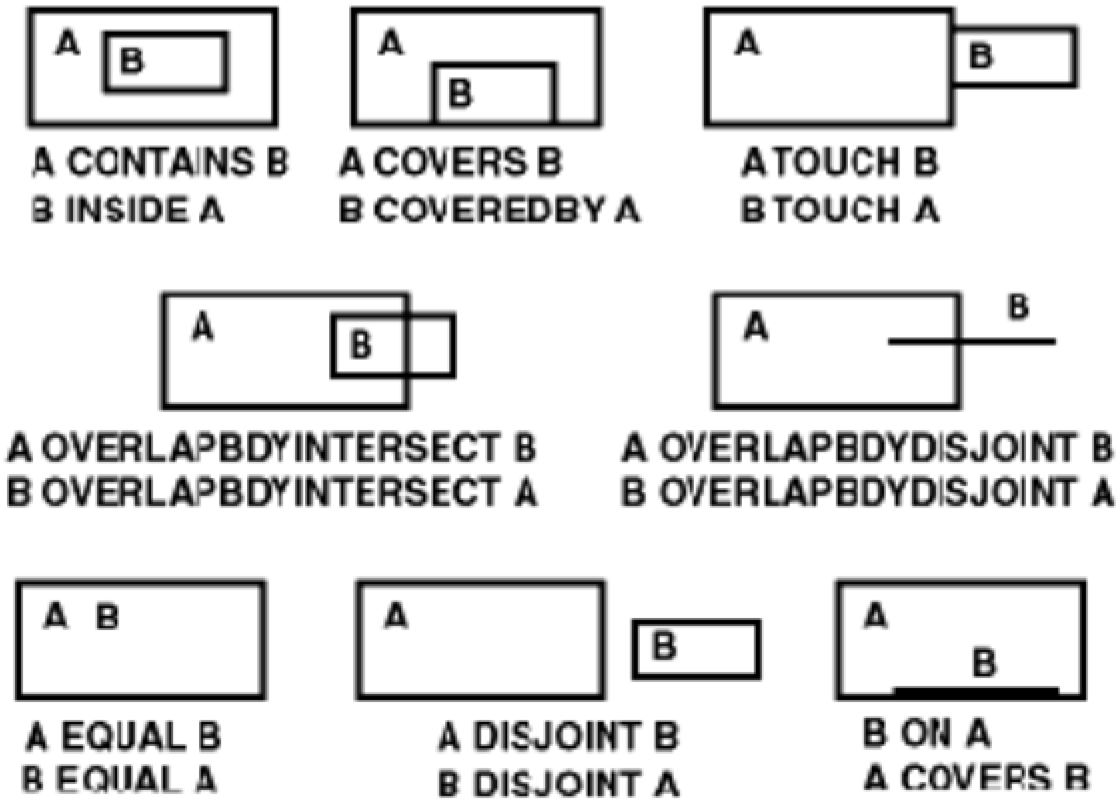
- překryvy,
- obsažnost – jeden polygon obsahuje druhý nebo je obsažen (contains, overlaps),
- dotýkají se – mají společný jeden bod nebo společnou hranici (touches),
- sousednost,
- vzdálenost – (distance).

Modely 4- a 9-intersection

Formální zápis průsečíků vektorových geometií – dvě pojetí:

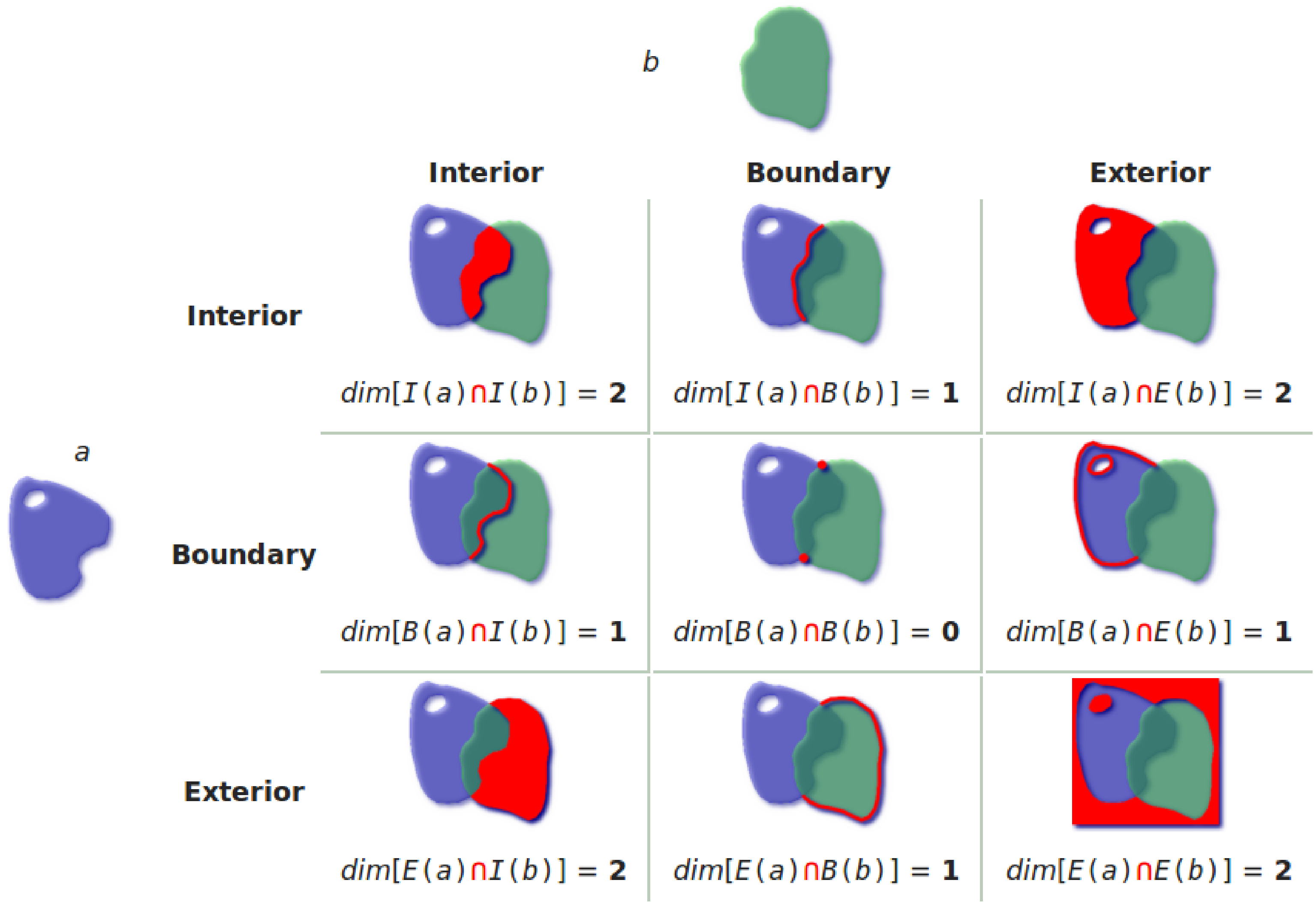
- 4-průsečíkový model – založen na vnitřním prostoru a hranici,
- 9-tiprůsečíkový model (Dimensionally Extended nine-Intersection Model (DE-9IM)) – přidán i prostor vně objektu.

Implementace topologických vztahů



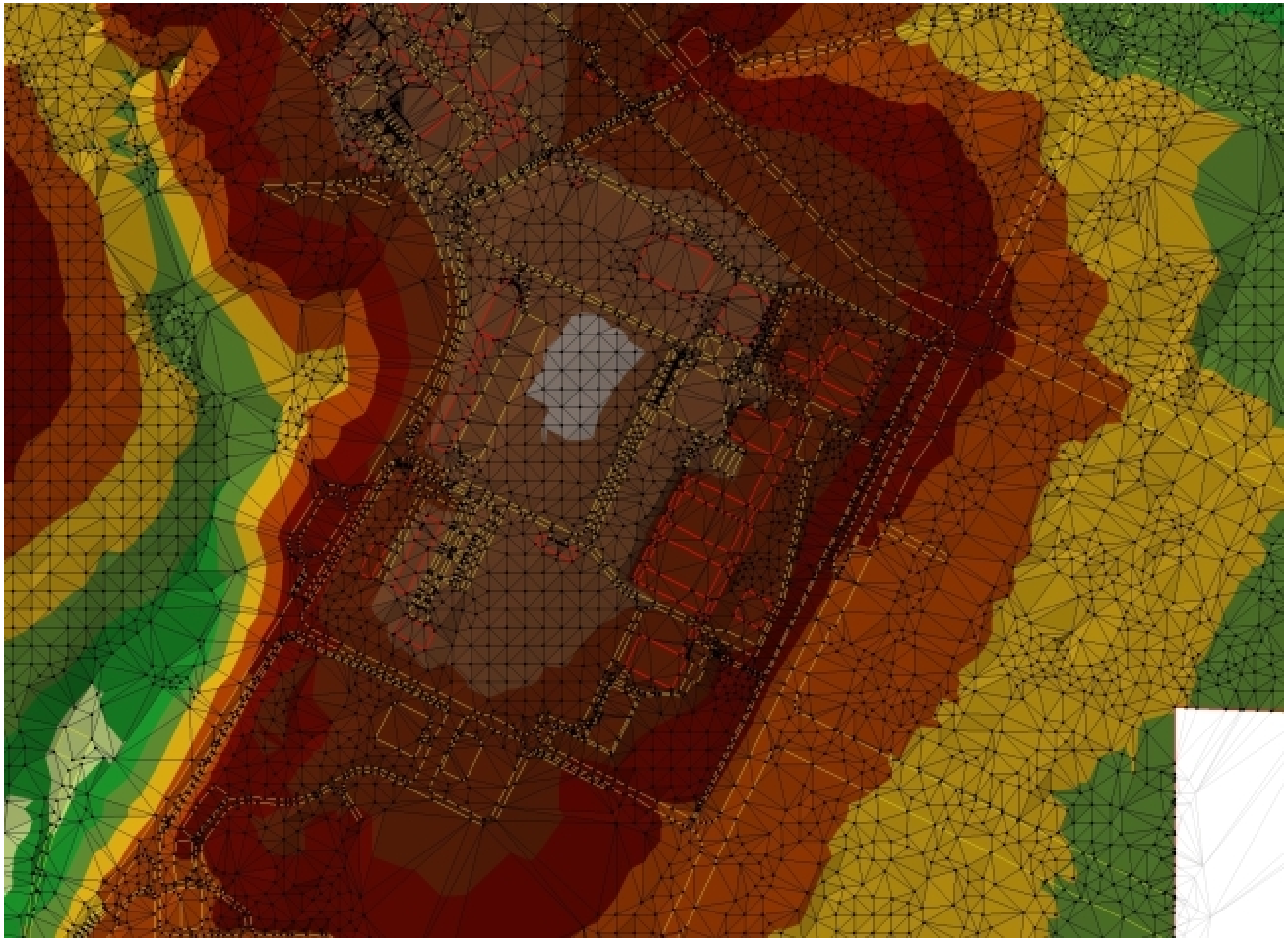
Obrázek převzat z http://docs.oracle.com/html/A88805_01/sdo_intr.htm

Model DE-9IM



Obrázek převzat z http://en.wikipedia.org/wiki/DE-9IM

Triangulace v rovině



Obrázek převzat z http://gis.vsb.cz/vojtek/index.php?page=git-fast/cviceni02

Triangulace

Obrázek převzat z http://www.georeference.org/doc/transform_triangulation.htm

Triangulace

Úloha triangulace spočívá v rozdělení roviny do sady trojúhelníků, jejichž vrcholy jsou určeny vstupní množinou bodů M = {P1, P2, …, PN}.

Požadavky:

- Dva různé trojúhelníky mají společnou maximálně jednu hranu.
- Sjednocení všech trojúhelníků tvoří konvexní obal množiny bodů M.
- V trojúhelníku neleží žádný další bod z množiny M.

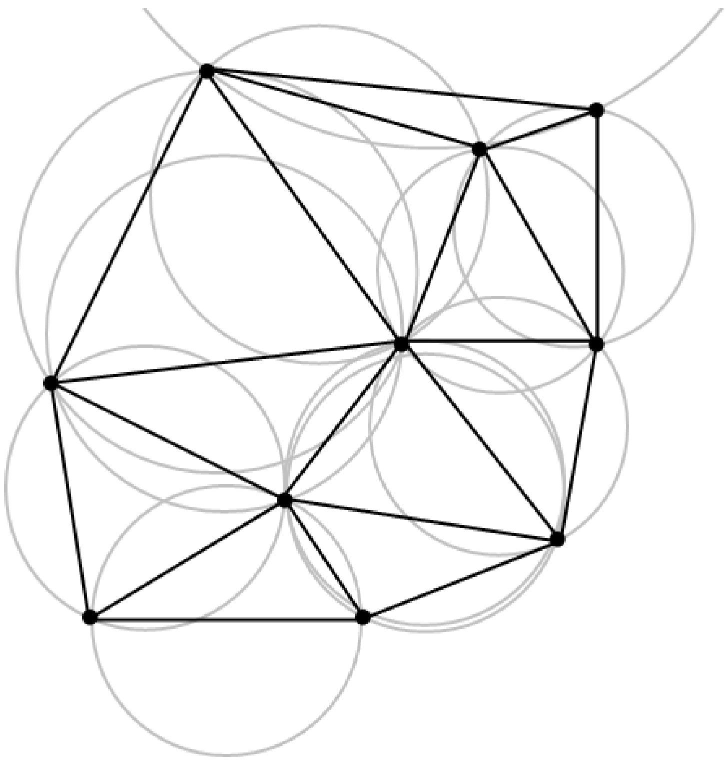
V GIS se používá při tvorbě digitálních modelů terénu (DMT).

Triangulace

Způsob geometrické konstrukce určuje metody řešení:

- Delaunay triangulace,
- Greedy triangulace,
- triangulace s povinnými hranami (Constrained triangulace), ...

Delaunay triangulace



Obrázek převzat z
http://74fdc.wordpress.com/2012/03/01/delaunay-triangulation-creating-a-dynamic-design-expression/

Delaunay triangulace

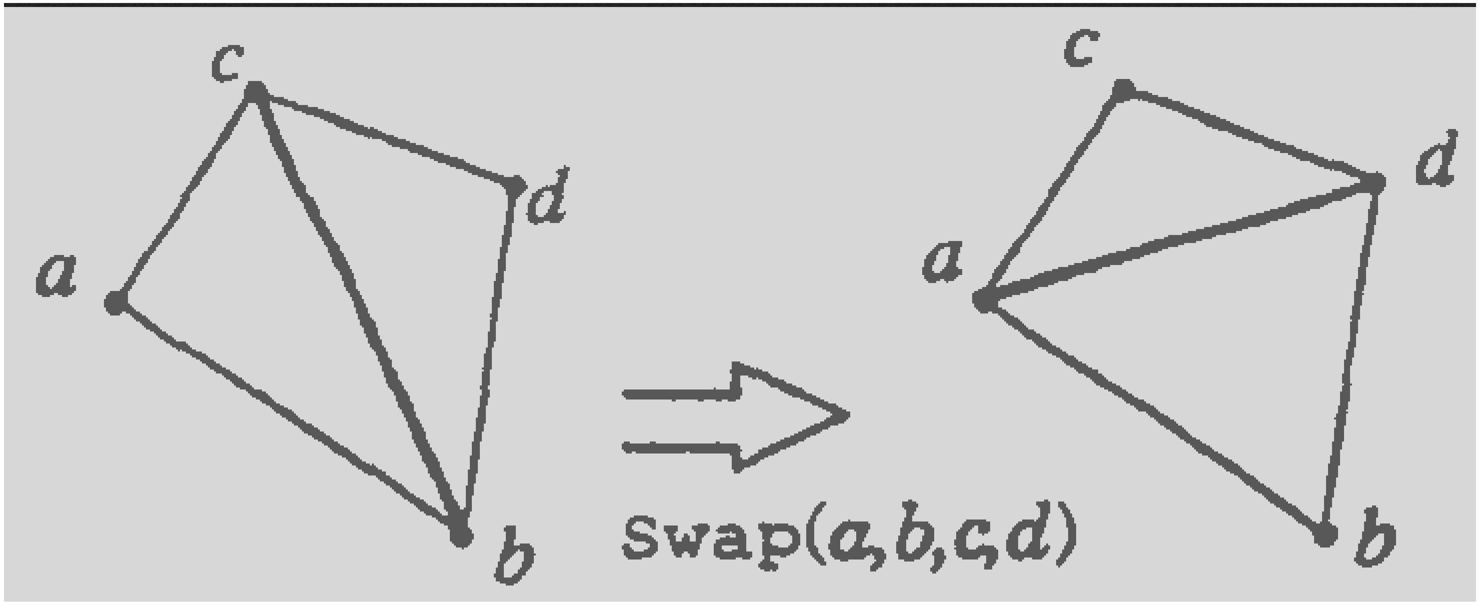
Nejčastější triangulace, trojúhelníky se blíží rovnostranným.

Vlastnosti:

- Opsaná kružnice k trojúhelníku neobsahuje žádný jiný bod z množiny M.
- Je maximalizován minimální úhel pro každý trojúhelník (není minimalizován maximální).
- Je dodržen princip optimálního i globálního kritéria minimálního úhlu.
- Výsledek je jednoznačný, pokud nejsou 4 body na kružnici.

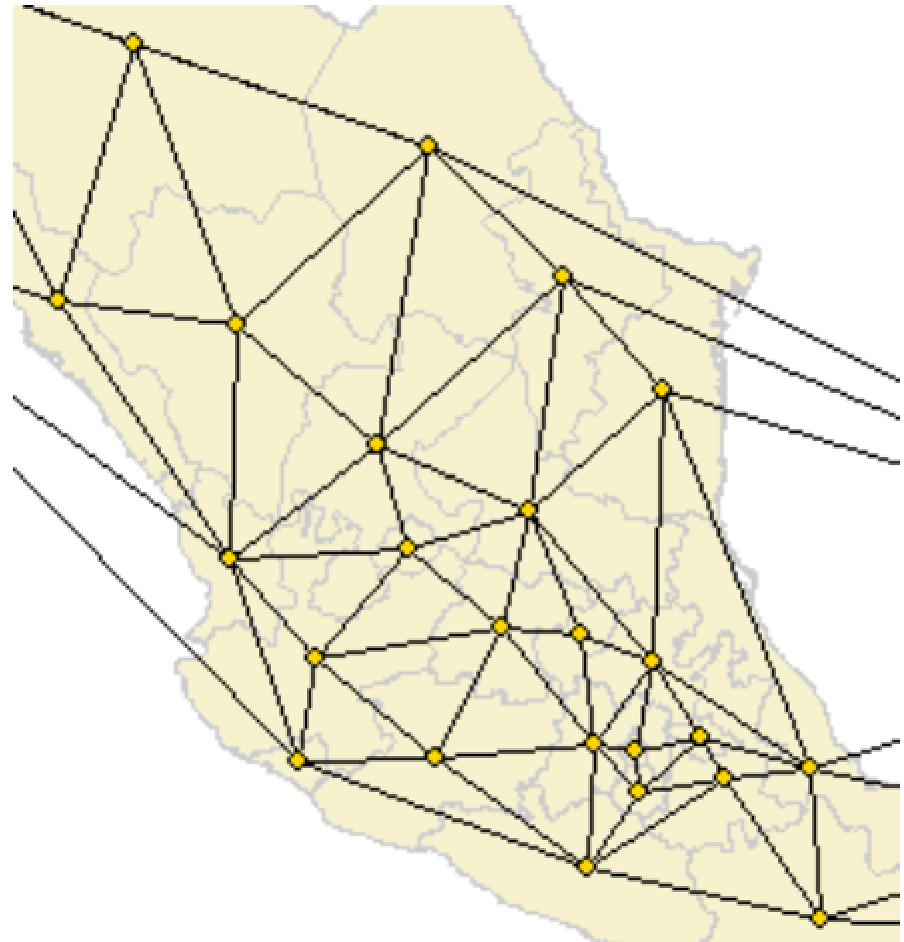
Delaunay triangulace

- Prohazování hran řeší lokální optimalizaci. Označuje se pojmem legalizace a vychází z ověřování polohy protějších vrcholů vůči opsané kružnici.



Obrázek převzat z http://patentimages.storage.googleapis.com/WO1999034336A1/imgf000143_0001.png

Využití



Obrázek převzat z http://www.georeference.org/doc/transform_triangulation.htm

Zdroje

- M Egenhofer, J Sharma, M David: A critical comparison of the 4-intersection and 9-intersection models for spatial relations: formal analysis. Auto-Carto (1993)
- http://www.georeference.org/doc/transform_triangu
- http://ibis.geog.ubc.ca/courses/klink/gis.notes/ncgia